

MATHÉMATIQUES

Tableaux croisés

Seconde

Variable qualitative • Tableau croisé d'effectifs • Marges
Fréquence marginale • Fréquence conditionnelle • Compléter un tableau

Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques de seconde générale et technologique** (arrêté du 26 février 2026, BO n°14 du 2 avril 2026, rentrée 2026), partie « Statistiques et probabilités », section « Croisement de deux variables qualitatives ». Il couvre :

- variables qualitatives nominales et ordinales ; fichier des individus ;
- tableau croisé d'effectifs ;
- fréquence marginale, fréquence conditionnelle ;
- compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou à l'aide de fréquences conditionnelles ;
- lire et formuler correctement les pourcentages des médias (« parmi... ») ;
- **algorithme** : sélectionner des individus selon un critère (ET, OU, NON).

Les tableaux croisés servent ensuite à calculer des probabilités conditionnelles (chapitre « Probabilités conditionnelles »).

Objectif : croiser deux variables qualitatives dans un tableau, calculer et interpréter des fréquences marginales et conditionnelles, compléter un tableau à partir d'informations données en pourcentages.

Table des matières

1	Variables qualitatives et tableau croisé	3
2	Fréquences marginales	3
3	Fréquences conditionnelles	4
4	Compléter un tableau croisé	5
5	Lire les pourcentages des médias	5
6	Erreurs classiques	6
7	Fiche de synthèse	6
8	Exercices d'application	6
9	Corrigés des exercices	7

1. Variables qualitatives et tableau croisé

Variable qualitative

Une variable est **qualitative** (ou catégorielle) si ses valeurs sont des catégories et non des nombres. Elle est **nominale** si les catégories n'ont pas d'ordre (profession, espèce, moyen de transport), **ordinaire** si elles en ont un (niveau d'étude, degré de satisfaction).

Tableau croisé d'effectifs

On étudie deux variables qualitatives sur une même population. Le **tableau croisé** donne, à l'intersection d'une ligne et d'une colonne, l'effectif des individus qui ont **à la fois** les deux caractéristiques. La dernière ligne et la dernière colonne, appelées **marges**, contiennent les totaux.

Moyen de transport des élèves d'un lycée

Une enquête auprès de 500 élèves donne :

	Seconde	Première	Terminale	Total
Bus	90	70	60	220
Vélo	40	45	35	120
Voiture	50	55	55	160
Total	180	170	150	500

90 élèves sont **à la fois** en seconde et usagers du bus. Contrôle des marges : $220 + 120 + 160 = 500$ et $180 + 170 + 150 = 500$.

Construire le tableau à partir du fichier des individus

Un fichier (tableur, base de données) contient une ligne par individu et une colonne par variable. Pour chaque case du tableau, on compte les lignes qui vérifient les deux conditions (« niveau = Seconde **et** transport = Bus »). Un tableur le fait avec un tableau croisé dynamique ou la fonction NB.SI.ENS.

2. Fréquences marginales

Fréquence marginale

La **fréquence marginale** d'une catégorie est la proportion d'individus de cette catégorie dans **toute la population** : effectif de la marge divisé par l'effectif total.

Fréquence marginale des usagers du bus : $\frac{220}{500} = 0,44 = 44\%$. Fréquence marginale des élèves de seconde : $\frac{180}{500} = 36\%$.

Fréquence d'une case

La fréquence d'une case par rapport au total, par exemple $\frac{90}{500} = 18\%$, est la proportion d'élèves qui sont **à la fois** en seconde **et** usagers du bus.

3. Fréquences conditionnelles

Fréquence conditionnelle

Soit A et B deux catégories. La **fréquence conditionnelle** de B parmi A est la proportion d'individus de B **dans la sous-population** A :

$$f_A(B) = \frac{\text{effectif de « } A \text{ et } B \text{ »}}{\text{effectif de } A}$$

On calcule sur une seule ligne ou une seule colonne : le dénominateur est une marge.

Deux questions différentes

- **Parmi les élèves de seconde**, proportion d'usagers du bus : $f_{\text{Seconde}}(\text{Bus}) = \frac{90}{180} = 50\%$ (on lit la colonne « Seconde »).
- **Parmi les usagers du bus**, proportion d'élèves de seconde : $f_{\text{Bus}}(\text{Seconde}) = \frac{90}{220} \approx 40,9\%$ (on lit la ligne « Bus »).

Les deux fréquences ont le même numérateur mais pas la même population de référence.

Inverser la population de référence

« 50 % des élèves de seconde prennent le bus » ne signifie pas que « 50 % des usagers du bus sont en seconde ». Le mot qui suit « parmi » ou « des » désigne la population de référence, donc le dénominateur.

Comparer des sous-populations

Pour savoir si une caractéristique dépend d'une autre, on compare des fréquences conditionnelles calculées **dans le même sens**. Parmi les élèves de terminale, la proportion de trajets en voiture est $\frac{55}{150} \approx 36,7\%$; parmi les élèves de seconde, $\frac{50}{180} \approx 27,8\%$. La voiture est plus utilisée par les terminales que par les secondes de ce lycée. Comparer les effectifs bruts (55 et 50) ne suffirait pas : les deux niveaux n'ont pas le même effectif.

Fréquence d'une case

Pour une case « A et B » :

$$f(A \text{ et } B) = f(A) \times f_A(B).$$

C'est un pourcentage de pourcentage.

$f(\text{Seconde}) \times f_{\text{Seconde}}(\text{Bus}) = 0,36 \times 0,5 = 0,18$: on retrouve les 18 % d'élèves à la fois en seconde et usagers du bus.

4. Compléter un tableau croisé

Passer des pourcentages aux effectifs

1. Choisir l'effectif total (donné, ou un effectif commode comme 1 000 ou 10 000) ;
2. calculer les marges à l'aide des fréquences marginales ;
3. remplir les cases à l'aide des fréquences conditionnelles (effectif = fréquence $\times$ effectif de la sous-population) ;
4. compléter par différences et contrôler les totaux.

Accidents de jour et de nuit

Sur 2 000 accidents de la route d'un département, 30 % ont lieu la nuit. Parmi les accidents de nuit, 15 % sont graves ; parmi ceux de jour, 8 %.

- Nuit : $0,30 \times 2\,000 = 600$ accidents, dont $0,15 \times 600 = 90$ graves. Jour : 1 400 accidents, dont $0,08 \times 1\,400 = 112$ graves.

	Nuit	Jour	Total
Grave	90	112	202
Non grave	510	1 288	1 798
Total	600	1 400	2 000

Parmi les accidents graves, la proportion d'accidents de nuit est $\frac{90}{202} \approx 44,6\%$, alors que seuls 30 % des accidents ont lieu la nuit : la nuit est surreprésentée parmi les accidents graves.

5. Lire les pourcentages des médias

Traduire une phrase

- « 44 % des élèves prennent le bus » : fréquence marginale.
- « La moitié des élèves de seconde prennent le bus » : fréquence conditionnelle parmi les élèves de seconde.
- « 18 % des élèves sont en seconde et prennent le bus » : fréquence d'une case.

Avant tout calcul, on identifie la population de référence.

Algorithme : filtrer des individus

Une fonction qui décide si un individu doit être compté utilise les opérateurs **and**, **or**, **not** :

```
def a_compter(niveau, transport):
    return niveau == "Seconde" and not transport == "Bus"
```

Appliquée à chaque ligne du fichier, elle sélectionne les élèves de seconde qui ne prennent pas

le bus : il y en a $40 + 50 = 90$.

6. Erreurs classiques

À éviter

- Diviser par l'effectif total pour une fréquence conditionnelle (il faut diviser par l'effectif de la sous-population).
- Confondre $f_A(B)$ et $f_B(A)$.
- Comparer des effectifs bruts de groupes de tailles différentes.
- Additionner des fréquences conditionnelles relatives à des sous-populations différentes.
- Oublier de vérifier les marges après avoir complété un tableau.

7. Fiche de synthèse

Tableau croisé	effectif des individus ayant à la fois les deux caractéristiques ; marges = totaux
Fréquence marginale	marge $\div$ effectif total
Fréquence conditionnelle	$f_A(B) = \frac{\text{effectif de « A et B »}}{\text{effectif de A}}$ (on reste dans une ligne ou une colonne)
Case	$f(A \text{ et } B) = f(A) \times f_A(B)$
Compléter	total $\rightarrow$ marges $\rightarrow$ cases $\rightarrow$ différences $\rightarrow$ contrôle
Lire	population de référence = ce qui suit « parmi »

8. Exercices d'application

Exercice 1 – Lire un tableau

Une salle de sport interroge 200 clients sur leur satisfaction :

	Satisfait	Neutre	Insatisfait	Total
Formule standard	66	30	24	120
Formule premium	56	16	8	80
Total	122	46	32	200

1. Quelle est la fréquence marginale des clients satisfaits ?
2. Comparer la proportion de satisfaits parmi les clients standard et parmi les clients premium.
3. Quelle proportion des clients insatisfaits a la formule standard ?

Exercice 2 – Compléter un tableau

Un lycée compte 800 élèves, dont 55 % de filles. 40 % des filles et 30 % des garçons font du sport en club.

1. Dresser le tableau croisé des effectifs (sexe, sport en club).
2. Quelle proportion des élèves fait du sport en club ?
3. Parmi les élèves qui font du sport en club, quelle est la proportion de filles ?

Exercice 3 – Vrai ou faux

À partir du tableau de l'exercice 1, dire si chaque phrase est vraie ou fausse : a) « 70 % des clients premium sont satisfaits. » b) « 70 % des clients satisfaits ont la formule premium. » c) « 4 % des clients sont insatisfaits et ont la formule premium. »

9. Corrigés des exercices

Corrigé de l'exercice 1

Corrigé. 1. $\frac{122}{200} = 61\%$. 2. Standard : $\frac{66}{120} = 55\%$; premium : $\frac{56}{80} = 70\%$. Les clients premium sont proportionnellement plus satisfaits. 3. $\frac{24}{32} = 75\%$.

Corrigé de l'exercice 2

Corrigé. 1. Filles : $0,55 \times 800 = 440$, dont $0,4 \times 440 = 176$ en club ; garçons : 360, dont $0,3 \times 360 = 108$ en club.

	Filles	Garçons	Total
Sport en club	176	108	284
Pas de club	264	252	516
Total	440	360	800

2. $\frac{284}{800} = 35,5\%$. 3. $\frac{176}{284} \approx 62\%$: les filles sont 55 % des élèves mais 62 % des sportifs en club.

Corrigé de l'exercice 3

Corrigé. a) Vrai : $\frac{56}{80} = 70\%$. b) Faux : parmi les satisfaits, la proportion de premium est $\frac{56}{122} \approx 45,9\%$. c) Vrai : $\frac{8}{200} = 4\%$.