Plaquette 2 – Calcul vectoriel : Chasles, sommes et constructions

Vecteurs du plan — Seconde

Exercices

Méthode

On manipule les vecteurs **sans coordonnées** : simplifier une somme avec la relation de Chasles, reconnaître des vecteurs opposés, construire un point défini par une égalité vectorielle. Puis on refait les mêmes calculs **en coordonnées** pour contrôler.

Exercice 1 – Enchaîner Chasles

Simplifier $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$, puis $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PQ}$, puis $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{FG}$.

Exercice 2 – Différence de deux vecteurs

Simplifier $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$, puis $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}$, puis $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$.

Exercice 3 – Somme et différence en coordonnées

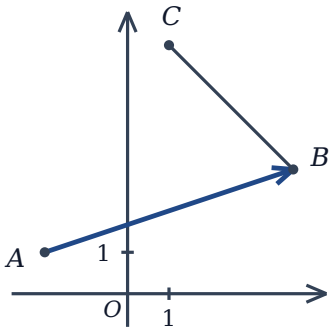
Soit $\vec{u}(3\,;-2)$ et $\vec{v}(-1\,;5)$. Calculer les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{u}-\vec{v}$, $2\vec{u}$ et $2\vec{u}-3\vec{v}$.

Exercice 4 – Construire un point par une égalité

Dans un repère, $A(1\,;2)$ et $\vec{u}(4\,;-3)$. Déterminer les coordonnées de M tel que $\overrightarrow{AM}=\vec{u}$, puis de N tel que $\overrightarrow{AN}=-2\vec{u}$.

Exercice 5 – Quatrième sommet d'un parallélogramme

Soit $A(-2\,;1)$, $B(4\,;3)$ et $C(1\,;6)$. Déterminer D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

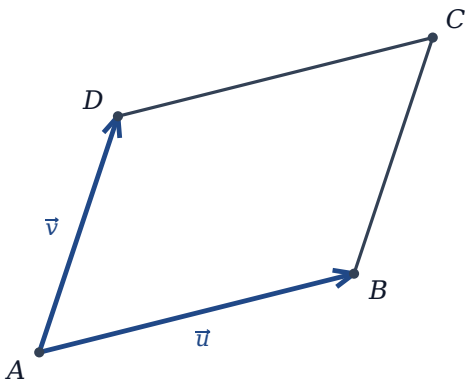


Trois sommets connus : où placer D ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Décomposer sur deux vecteurs

$ABCD$ est un parallélogramme. On pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$. Exprimer $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CA}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



Le parallélogramme ABCD et les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

Exercice 7 – Point défini par une combinaison

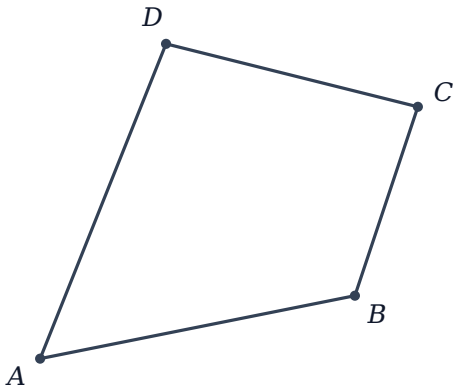
Soit $A(2\,;-1)$, $B(6\,;3)$. Déterminer M tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, puis P tel que $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$.

Exercice 8 – Somme nulle et milieu

Montrer que si I est le milieu de $[AB]$, alors $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Vérifier avec $A(-3\,;2)$ et $B(5\,;-4)$.

Exercice 9 – Chasles pour prouver une égalité

$ABCD$ est un quadrilatère quelconque. Montrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.



Un quadrilatère quelconque ABCD

Exercice 10 – Résoudre une équation vectorielle

Soit $A(1\,;3)$ et $B(7\,;-1)$. Déterminer M tel que $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

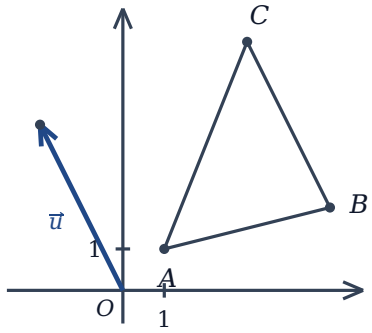
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 11 – Centre de gravité

Soit $A(0\,;0)$, $B(6\,;0)$ et $C(3\,;9)$. Déterminer G tel que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Exercice 12 – Vecteurs et translation

Le triangle ABC a pour sommets $A(1\,;1)$, $B(5\,;2)$, $C(3\,;6)$. On lui applique la translation de vecteur $\vec{u}(-2\,;4)$. Déterminer les images, puis vérifier que les longueurs sont conservées.



Le triangle ABC et le vecteur $\vec{u}$ de la translation

Exercice 13 – Reconnaître une égalité fausse

Dire si chaque égalité est vraie pour tous points, en justifiant.

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$

c) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AI}$ où I est le milieu de $[BC]$

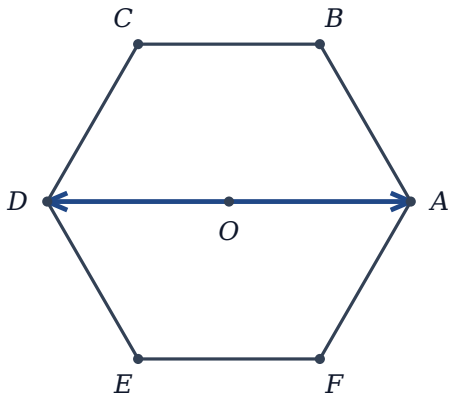
Exercice 14 – Un point sur une droite

Soit $A(-1\,;2)$ et $B(3\,;5)$. Déterminer le point M de la droite (AB) d'abscisse 7.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 15 – Somme de vecteurs et hexagone

$ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre O. Simplifier $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FA}$, puis $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}$.



L'hexagone régulier ABCDEF de centre O

Exercice 16 – Synthèse : étude d'un quadrilatère

Soit $A(-3\,;-1)$, $B(1\,;-2)$, $C(4\,;2)$ et $D(0\,;3)$.

a) Calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Que peut-on en déduire ?

b) Calculer les longueurs AB, AD et BD. Le quadrilatère est-il un losange ? un rectangle ?

c) Déterminer le centre du quadrilatère.

d) Déterminer E tel que $ABEC$ soit un parallélogramme, puis calculer $\overrightarrow{BE}$ et la longueur BE.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).