

Plaquette 2 – Calcul vectoriel : Chasles, sommes et constructions

Vecteurs du plan — Seconde

Exercices

Méthode

On manipule les vecteurs **sans coordonnées** : simplifier une somme avec la relation de Chasles, reconnaître des vecteurs opposés, construire un point défini par une égalité vectorielle. Puis on refait les mêmes calculs **en coordonnées** pour contrôler.

Exercice 1 – Enchaîner Chasles

Simplifier $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, puis $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ}$, puis $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FG}$.

Exercice 2 – Différence de deux vecteurs

Simplifier $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, puis $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$, puis $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

Exercice 3 – Somme et différence en coordonnées

Soit $\vec{u}(3; -2)$ et $\vec{v}(-1; 5)$. Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $2\vec{u}$ et $2\vec{u} - 3\vec{v}$.

Exercice 4 – Construire un point par une égalité

Dans un repère, $A(1; 2)$ et $\vec{u}(4; -3)$. Déterminer les coordonnées de M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$, puis de N tel que $\overrightarrow{AN} = -2\vec{u}$.

Exercice 5 – Quatrième sommet d'un parallélogramme

Soit $A(-2; 1)$, $B(4; 3)$ et $C(1; 6)$. Déterminer D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 6 – Décomposer sur deux vecteurs

$ABCD$ est un parallélogramme. On pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$. Exprimer $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CA}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Exercice 7 – Point défini par une combinaison

Soit $A(2; -1)$, $B(6; 3)$. Déterminer M tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, puis P tel que $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$.

Exercice 8 – Somme nulle et milieu

Montrer que si I est le milieu de $[AB]$, alors $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Vérifier avec $A(-3; 2)$ et $B(5; -4)$.

Exercice 9 – Chasles pour prouver une égalité

$ABCD$ est un quadrilatère quelconque. Montrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Exercice 10 – Résoudre une équation vectorielle

Soit $A(1 ; 3)$ et $B(7 ; -1)$. Déterminer M tel que $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Exercice 11 – Centre de gravité

Soit $A(0 ; 0)$, $B(6 ; 0)$ et $C(3 ; 9)$. Déterminer G tel que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Exercice 12 – Vecteurs et translation

Le triangle ABC a pour sommets $A(1 ; 1)$, $B(5 ; 2)$, $C(3 ; 6)$. On lui applique la translation de vecteur $\vec{u}(-2 ; 4)$. Déterminer les images, puis vérifier que les longueurs sont conservées.

Exercice 13 – Reconnaître une égalité fausse

Dire si chaque égalité est vraie pour tous points, en justifiant.

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$
- c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$ où I est le milieu de $[BC]$

Exercice 14 – Un point sur une droite

Soit $A(-1 ; 2)$ et $B(3 ; 5)$. Déterminer le point M de la droite (AB) d'abscisse 7.

Exercice 15 – Somme de vecteurs et hexagone

$ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre O . Simplifier $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA}$, puis $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}$.

Exercice 16 – Synthèse : étude d'un quadrilatère

Soit $A(-3 ; -1)$, $B(1 ; -2)$, $C(4 ; 2)$ et $D(0 ; 3)$.

- a) Calculer $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Que peut-on en déduire ?
- b) Calculer les longueurs AB et AD .
- c) Déterminer le centre du quadrilatère.
- d) Déterminer E tel que $ABEC$ soit un parallélogramme, puis calculer $\overrightarrow{BE}$ et la longueur BE .