Plaquette 3 – Colinéarité : alignement, parallélisme et démonstrations

Vecteurs du plan — Seconde

Exercices

Méthode

Un seul outil — le **déterminant** $xy' - x'y$ — répond à trois questions : deux vecteurs sont-ils colinéaires ? trois points sont-ils alignés ? deux droites sont-elles parallèles ? On s'entraîne aussi à **rédiger** la démonstration, ce qui est l'objectif réel du chapitre.

Exercice 1 – Tester une colinéarité

Les vecteurs $\vec{u}(6\,;-4)$ et $\vec{v}(-9\,;6)$ sont-ils colinéaires ? Même question pour $\vec{a}(3\,;5)$ et $\vec{b}(6\,;9)$.

Exercice 2 – Alignement de trois points

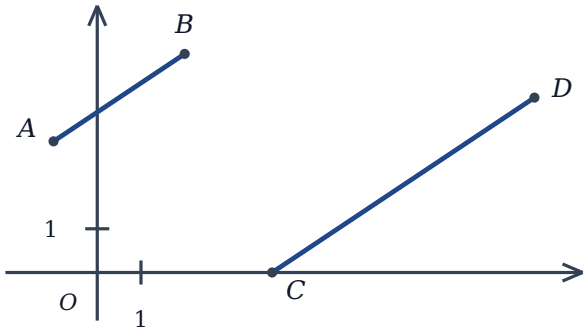
Les points $A(-2\,;1)$, $B(4\,;4)$ et $C(10\,;7)$ sont-ils alignés ?

Exercice 3 – Points non alignés

Montrer que $A(1\,;2)$, $B(5\,;3)$ et $C(3\,;8)$ ne sont pas alignés, puis calculer l'aire du triangle ABC en l'inscrivant dans un rectangle aux côtés parallèles aux axes.

Exercice 4 – Parallélisme de deux droites

Soit $A(-1\,;3)$, $B(2\,;5)$, $C(4\,;0)$ et $D(10\,;4)$. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?



Les segments [AB] et [CD]

Exercice 5 – Déterminer un paramètre

Soit les vecteurs $\vec{u}(3\,;m)$ et $\vec{v}(m+2\,;8)$, où m est un réel.

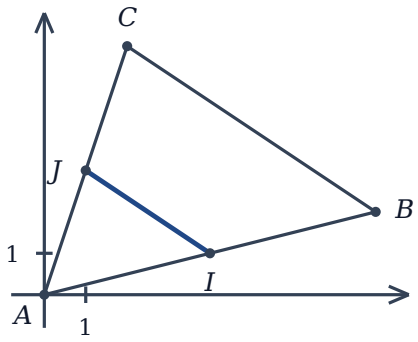
a) Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $m^2 + 2m - 24 = 0$.

b) Vérifier que $m^2 + 2m - 24 = (m-4)(m+6)$, puis en déduire les valeurs de m cherchées.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Démontrer un parallélisme dans un triangle

Soit $A(0\,;0)$, $B(8\,;2)$ et $C(2\,;6)$. On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$. Montrer que (IJ) et (BC) sont parallèles.



Le triangle ABC et les milieux I et J

Exercice 7 – Intersection de deux droites

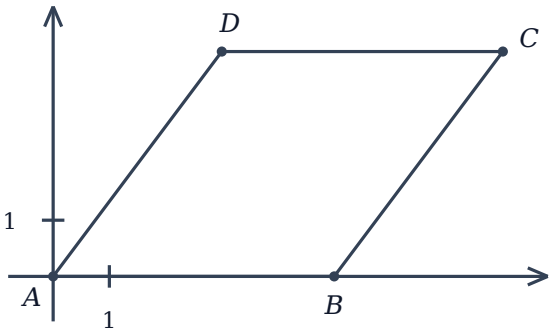
Soit $A(1\,;1)$, $B(5\,;3)$, $C(2\,;6)$ et $D(6\,;2)$. Montrer que (AB) et (CD) ne sont pas parallèles, puis déterminer leur point d'intersection.

Exercice 8 – Un point aligné à déterminer

Soit $A(2\,;-1)$ et $B(5\,;3)$. Déterminer t pour que le point $M(11\,;t)$ soit aligné avec A et B.

Exercice 9 – Losange ou parallélogramme ?

Soit $A(0\,;0)$, $B(5\,;0)$, $C(8\,;4)$ et $D(3\,;4)$. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme, puis préciser sa nature.



Le quadrilatère ABCD

Exercice 10 – Trois points et un quatrième à placer

Soit $A(1\,;4)$, $B(3\,;0)$ et $C(7\,;2)$. Déterminer D tel que $\overrightarrow{CD}$ soit colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ et que $CD = 2AB$, avec D et B du même côté.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 11 – Médianes concourantes

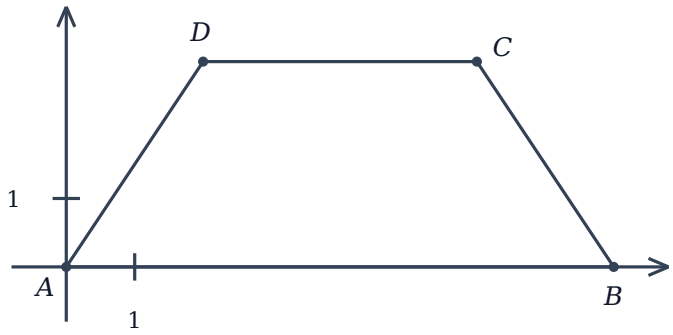
Soit $A(0\,;0)$, $B(6\,;0)$ et $C(0\,;6)$. Montrer que le centre de gravité G appartient à la médiane issue de A.

Exercice 12 – Colinéarité et inconnue au dénominateur

Pour quelle valeur de a les points $A(1\,;2)$, $B(a\,;5)$ et $C(7\,;8)$ sont-ils alignés ?

Exercice 13 – Trapèze

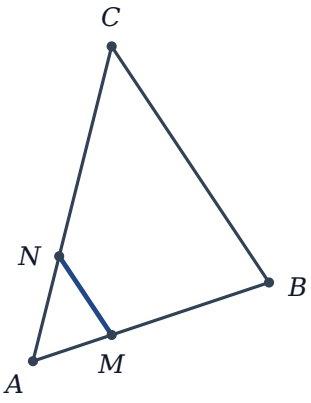
Soit $A(0\,;0)$, $B(8\,;0)$, $C(6\,;3)$ et $D(2\,;3)$. Montrer que $ABCD$ est un trapèze, et non un parallélogramme.



Le quadrilatère ABCD

Exercice 14 – Alignement sans coordonnées

ABC est un triangle. On pose $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Montrer que (MN) est parallèle à (BC).



M et N au tiers de [AB] et de [AC] depuis A

Exercice 15 – Vrai ou faux sur la colinéarité

Dire si chaque affirmation est vraie, en justifiant.

a) Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, alors $ABCD$ est un parallélogramme.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

c) Si $\det(\vec{u}\,;\vec{v}) = 0$ et $\vec{u} \neq \vec{0}$, il existe k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.

d) Trois points sont toujours alignés si deux d'entre eux sont confondus.

Exercice 16 – Synthèse : configuration complète

Soit $A(-2\,;3)$, $B(4\,;1)$ et $C(6\,;7)$.

a) Montrer que ABC est un triangle rectangle isocèle, puis calculer son aire.

b) Déterminer les milieux I de $[AB]$, J de $[BC]$ et K de $[AC]$.

c) Montrer que $(IJ) \parallel (AC)$.

d) Déterminer le centre de gravité G, puis vérifier qu'il est aussi le centre de gravité de IJK.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).