

Plaquette 3 - Colinéarité : alignement, parallélisme et démonstrations

Vecteurs du plan — Seconde

Exercices

Méthode

Un seul outil — le **déterminant** $xy' - x'y$ — répond à trois questions : deux vecteurs sont-ils colinéaires ? trois points sont-ils alignés ? deux droites sont-elles parallèles ? On s'entraîne aussi à **rédigier** la démonstration, ce qui est l'objectif réel du chapitre.

Exercice 1 - Tester une colinéarité

Les vecteurs $\vec{u}(6; -4)$ et $\vec{v}(-9; 6)$ sont-ils colinéaires ? Même question pour $\vec{d}(3; 5)$ et $\vec{b}(6; 9)$.

Exercice 2 - Alignement de trois points

Les points $A(-2; 1)$, $B(4; 4)$ et $C(10; 7)$ sont-ils alignés ?

Exercice 3 - Points non alignés

Montrer que $A(1; 2)$, $B(5; 3)$ et $C(3; 8)$ ne sont pas alignés, puis calculer l'aire du triangle ABC .

Exercice 4 - Parallélisme de deux droites

Soit $A(-1; 3)$, $B(2; 5)$, $C(4; 0)$ et $D(10; 4)$. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 5 - Déterminer un paramètre

Pour quelle valeur de m les vecteurs $\vec{u}(3; m)$ et $\vec{v}(m + 2; 8)$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 6 - Démontrer un parallélisme dans un triangle

Soit $A(0; 0)$, $B(8; 2)$ et $C(2; 6)$. On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$. Montrer que (IJ) et (BC) sont parallèles.

Exercice 7 - Intersection de deux droites

Soit $A(1; 1)$, $B(5; 3)$, $C(2; 6)$ et $D(6; 2)$. Montrer que (AB) et (CD) ne sont pas parallèles, puis déterminer leur point d'intersection.

Exercice 8 - Un point aligné à déterminer

Soit $A(2; -1)$ et $B(5; 3)$. Déterminer t pour que le point $M(11; t)$ soit aligné avec A et B .

Exercice 9 – Losange ou parallélogramme ?

Soit $A(0; 0)$, $B(5; 0)$, $C(8; 4)$ et $D(3; 4)$. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme, puis préciser sa nature.

Exercice 10 – Trois points et un quatrième à placer

Soit $A(1; 4)$, $B(3; 0)$ et $C(7; 2)$. Déterminer D tel que $\overrightarrow{CD}$ soit colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ et que $CD = 2AB$, avec D et B du même côté.

Exercice 11 – Médianes concourantes

Soit $A(0; 0)$, $B(6; 0)$ et $C(0; 6)$. Montrer que le centre de gravité G appartient à la médiane issue de A .

Exercice 12 – Colinéarité et inconnue au dénominateur

Pour quelle valeur de a les points $A(1; 2)$, $B(a; 5)$ et $C(7; 8)$ sont-ils alignés ?

Exercice 13 – Trapèze

Soit $A(0; 0)$, $B(8; 0)$, $C(6; 3)$ et $D(2; 3)$. Montrer que $ABCD$ est un trapèze, et non un parallélogramme.

Exercice 14 – Alignement sans coordonnées

ABC est un triangle. On pose $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Montrer que (MN) est parallèle à (BC) .

Exercice 15 – Vrai ou faux sur la colinéarité

Dire si chaque affirmation est vraie, en justifiant.

- a) Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- b) Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.
- c) Si $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$ et $\vec{u} \neq \vec{0}$, il existe k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.
- d) Trois points sont toujours alignés si deux d'entre eux sont confondus.

Exercice 16 – Synthèse : configuration complète

Soit $A(-2; 3)$, $B(4; 1)$ et $C(6; 7)$.

- a) Montrer que ABC est un triangle et calculer son aire.
- b) Déterminer les milieux I de $[AB]$, J de $[BC]$ et K de $[AC]$.
- c) Montrer que $(IJ) \parallel (AC)$.
- d) Déterminer le centre de gravité G , puis vérifier qu'il est aussi le centre de gravité de IJK .