

Plaquette 4 – Points à construire : symétriques, partages et équations vectorielles

Vecteurs du plan — Seconde

Exercices

Méthode

Un énoncé donne une **relation vectorielle**, on doit en déduire les coordonnées d'un point. Deux méthodes coexistent : passer directement en coordonnées et résoudre un système, ou transformer la relation par **Chasles** pour obtenir $\overrightarrow{AM} = \dots$ puis lire le résultat. On apprend à choisir la plus rapide.

Exercice 1 – Symétrique par rapport à un point

Soit $A(3; -2)$ et $I(1; 4)$. Déterminer le symétrique A' de A par rapport à I .

Exercice 2 – Trois symétries axiales

Soit $M(-3; 5)$. Déterminer ses symétriques par rapport à l'axe des abscisses, à l'axe des ordonnées, puis à l'origine.

Exercice 3 – Partager un segment en trois

Soit $A(-4; 2)$ et $B(8; 11)$. Déterminer les points P et Q qui partagent $[AB]$ en trois parts égales.

Exercice 4 – Équation vectorielle à deux points

Soit $A(2; 5)$ et $B(8; -1)$. Déterminer M tel que $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Exercice 5 – Équation à trois points

Soit $A(0; 2)$, $B(6; 0)$ et $C(3; 7)$. Déterminer M tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Exercice 6 – Un système sans solution

Soit $A(1; 1)$ et $B(4; 5)$. Existe-t-il un point M tel que $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0}$? Et tel que $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$?

Exercice 7 – Barycentre pondéré

Soit $A(-2; 0)$ et $B(4; 9)$. Déterminer G tel que $2\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} = \vec{0}$, puis calculer $\frac{AG}{AB}$.

Exercice 8 – Reconstituer un triangle

Un triangle ABC a pour centre de gravité $G(2; 3)$, et l'on connaît $A(1; -2)$ et $B(7; 4)$. Déterminer C .

Exercice 9 – Un point du plan par deux conditions

Soit $A(0; 0)$, $B(4; 0)$ et $C(0; 3)$. Déterminer M tel que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, puis dire si M appartient à (BC) .

Exercice 10 – Coordonnées dans un repère non standard

Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$ d'un parallélogramme $ABCD$, donner les coordonnées de A , B , C , D et du centre O .

Exercice 11 – Point d'intersection de deux médianes

Soit $A(2; 1)$, $B(8; 3)$ et $C(5; 11)$. Déterminer le point d'intersection des médianes issues de A et de B , et vérifier qu'il s'agit du centre de gravité.

Exercice 12 – Translation d'un vecteur inconnu

Une translation transforme $A(3; -1)$ en $A'(-2; 4)$. Déterminer son vecteur, puis l'image de $B(7; 2)$ et l'antécédent de $C(0; 0)$.

Exercice 13 – Deux relations simultanées

Soit $A(1; 0)$ et $B(5; 8)$. Déterminer les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Exercice 14 – Un point équidistant

Soit $A(-1; 2)$ et $B(5; 6)$. Déterminer le point M de l'axe des abscisses tel que $MA = MB$.

Exercice 15 – Points construits sur les côtés

Soit $A(0; 0)$, $B(6; 0)$ et $C(0; 6)$. On place P sur $[AB]$ avec $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et Q sur $[AC]$ avec $\overrightarrow{AQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Calculer l'aire de APQ et la comparer à celle de ABC .

Exercice 16 – Synthèse : un parallélogramme et ses points remarquables

Soit $A(1; 1)$, $B(7; 3)$ et $D(3; 7)$.

- Déterminer C pour que $ABCD$ soit un parallélogramme, puis son centre O .
- Déterminer E le milieu de $[BC]$ et F le milieu de $[CD]$.
- Montrer que (EF) est parallèle à (BD) .
- Calculer l'aire du parallélogramme, puis celle du triangle CEF .