Plaquette 4 – Points à construire : symétriques, partages et équations vectorielles

Vecteurs du plan — Seconde

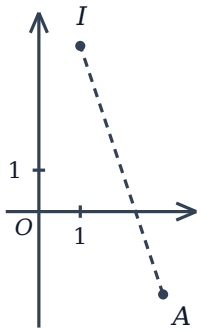
Exercices

Méthode

Un énoncé donne une **relation vectorielle**, on doit en déduire les coordonnées d'un point. Deux méthodes coexistent : passer directement en coordonnées (une équation du premier degré par coordonnée), ou transformer la relation par **Chasles** pour obtenir $\overrightarrow{AM} = \ldots$ puis lire le résultat. On apprend à choisir la plus rapide.

Exercice 1 – Symétrique par rapport à un point

Soit $A(3\,;-2)$ et $I(1\,;4)$. Déterminer le symétrique A' de A par rapport à I.



Le point A et le centre de symétrie I

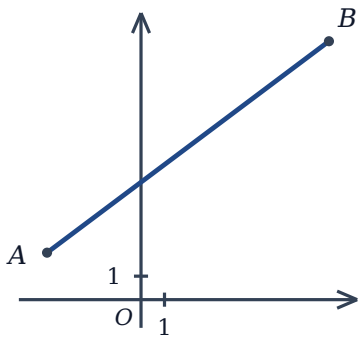
Exercice 2 – Trois symétries axiales

Soit $M(-3\,;5)$. Déterminer ses symétriques par rapport à l'axe des abscisses, à l'axe des ordonnées, puis à l'origine.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – Partager un segment en trois

Soit $A(-4\,;2)$ et $B(8\,;11)$. Déterminer les points P et Q qui partagent $[AB]$ en trois parts égales.



Le segment $[AB]$ à partager en trois

Exercice 4 – Équation vectorielle à deux points

Soit $A(2\,;5)$ et $B(8\,;-1)$. Déterminer M tel que $3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

Exercice 5 – Équation à trois points

Soit $A(0\,;2)$, $B(6\,;0)$ et $C(3\,;7)$. Déterminer M tel que $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Exercice 6 – Une relation vectorielle sans solution

Soit $A(1\,;1)$ et $B(4\,;5)$. Existe-t-il un point M tel que $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\vec{0}$? Et tel que $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB}$?

Exercice 7 – Point défini par une relation pondérée

Soit $A(-2\,;0)$ et $B(4\,;9)$. Déterminer G tel que $2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$, puis calculer $\dfrac{AG}{AB}$.

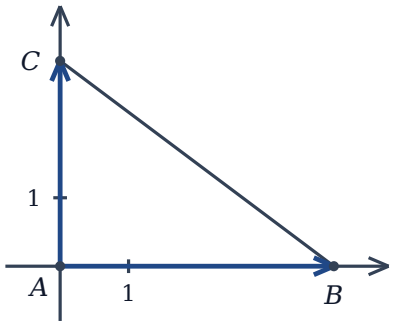
Exercice 8 – Reconstituer un triangle

Un triangle ABC a pour centre de gravité $G(2\,;3)$, et l'on connaît $A(1\,;-2)$ et $B(7\,;4)$. Déterminer C.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Un point du plan par deux conditions

Soit $A(0\,;0)$, $B(4\,;0)$ et $C(0\,;3)$. Déterminer M tel que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, puis dire si M appartient à (BC).



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

Exercice 10 – Coordonnées dans un repère non standard

Dans le repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\right)$ d'un parallélogramme $ABCD$, donner les coordonnées de A, B, C, D et du centre O.

Exercice 11 – Point d'intersection de deux médianes

Soit $A(2\,;1)$, $B(8\,;3)$ et $C(5\,;11)$. Déterminer le point d'intersection des médianes issues de A et de B, et vérifier qu'il s'agit du centre de gravité.

Exercice 12 – Translation d'un vecteur inconnu

Une translation transforme $A(3\,;-1)$ en $A'(-2\,;4)$. Déterminer son vecteur, puis l'image de $B(7\,;2)$ et l'antécédent de $C(0\,;0)$.

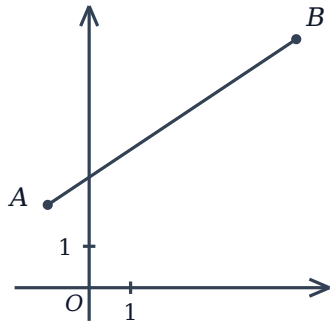
Exercice 13 – Deux relations simultanées

Soit $A(1\,;0)$ et $B(5\,;8)$. Déterminer les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Un point équidistant

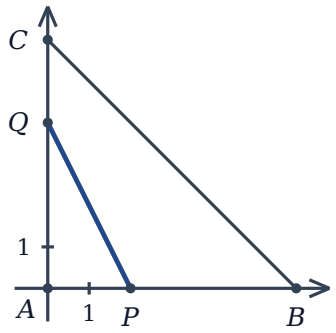
Soit $A(-1\,;2)$ et $B(5\,;6)$. Déterminer le point M de l'axe des abscisses tel que $MA = MB$.



Le segment [AB] : le point cherché est sur l'axe des abscisses

Exercice 15 – Points construits sur les côtés

Soit $A(0\,;0)$, $B(6\,;0)$ et $C(0\,;6)$. On place P sur $[AB]$ avec $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et Q sur $[AC]$ avec $\overrightarrow{AQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Calculer l'aire de APQ et la comparer à celle de ABC.



Le triangle ABC et les points P et Q

Exercice 16 – Synthèse : un parallélogramme et ses points remarquables

Soit $A(1\,;1)$, $B(7\,;3)$ et $D(3\,;7)$.

a) Déterminer C pour que $ABCD$ soit un parallélogramme, puis son centre O.

b) Déterminer E le milieu de $[BC]$ et F le milieu de $[CD]$.

c) Montrer que (EF) est parallèle à (BD).

d) Montrer que $ABCD$ est un losange, puis calculer son aire à l'aide de ses diagonales. En déduire l'aire du triangle CEF.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).