MATHÉMATIQUES

Vecteurs du plan

Seconde

Translation • Égalité de vecteurs • Relation de Chasles • Produit par un réel
Colinéarité • Base
orthonormée • Coordonnées • Norme • Milieu • Déterminant

Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques de seconde générale et technologique** (arrêté du 26 février 2026, BO n°14 du 2 avril 2026, rentrée 2026), partie « Géométrie », section « Vecteurs et problèmes de géométrie ». Il couvre :

- égalité de deux vecteurs, notation $\vec{u}$, vecteur nul, représentants d'un vecteur ;
- somme de deux vecteurs, produit d'un vecteur par un réel, colinéarité ;
- représentation d'un vecteur comme combinaison de deux vecteurs non colinéaires ;
- base orthonormée, coordonnées d'un vecteur, coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, norme d'un vecteur, distance entre deux points ;
- caractérisation vectorielle du milieu d'un segment et coordonnées du milieu ;
- déterminant de deux vecteurs, critère de colinéarité, application à l'alignement et au parallélisme ;
- **démonstration** au programme : colinéarité de deux vecteurs non nuls, nullité du déterminant, proportionnalité des coordonnées.

Objectif : représenter et calculer avec des vecteurs, en particulier en coordonnées, pour démontrer un alignement, un parallélisme ou une propriété d'une figure.

Document pédagogique – mathlvl.fr

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Table des matières

1 Vecteurs et translations 3

2 Somme de vecteurs 3

3 Produit d'un vecteur par un réel, colinéarité 4

4 Milieu d'un segment 5

5 Combinaison de deux vecteurs non colinéaires 6

6 Coordonnées dans une base orthonormée 6

7 Déterminant et colinéarité 7

8 Choisir sa méthode dans un problème 8

9 Erreurs classiques 9

10 Fiche de synthèse 9

11 Exercices d'application 9

12 Corrigés des exercices 10

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Vecteurs et translations

Vecteur $\overrightarrow{AB}$

Soit A et B deux points du plan. La **translation** qui transforme A en B associe à tout point M le point M' tel que $ABM'M$ soit un parallélogramme (éventuellement aplati). Elle est caractérisée par le **vecteur** $\overrightarrow{AB}$, qui a :

- une **direction** : celle de la droite (AB) ;
- un **sens** : de A vers B ;
- une **norme** (longueur) : la distance AB, notée $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$.

Égalité, représentants, vecteur nul, opposé

- Deux vecteurs sont **égaux** s'ils ont même direction, même sens et même norme. On note souvent un vecteur $\vec{u}$ sans référence à des points : chaque couple $(A\,;B)$ tel que $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ est un **représentant** de $\vec{u}$.
- Le **vecteur nul** $\vec{0}=\overrightarrow{AA}$ est associé à la translation qui ne déplace aucun point.
- L'**opposé** de $\overrightarrow{AB}$ est $\overrightarrow{BA}$: même direction, même norme, sens contraire. On note $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$.

Égalité et parallélogramme

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ si et seulement si $ABCD$ est un parallélogramme (éventuellement aplati), c'est-à-dire si et seulement si les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu.

L'ordre des lettres

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ correspond au parallélogramme $ABCD$, et non $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ (qui correspond au parallélogramme $ABDC$). On lit les sommets dans l'ordre du tour de la figure.

Vocabulaire de la physique

$\overrightarrow{AB}$ est le **vecteur déplacement** de A à B. Si l'on choisit un point O comme origine, $\overrightarrow{OM}$ est le **vecteur position** du point M.

2. Somme de vecteurs

Somme

La somme $\vec{u}+\vec{v}$ est le vecteur associé à l'enchaînement de la translation de vecteur $\vec{u}$ puis de celle de vecteur $\vec{v}$.

Relation de Chasles

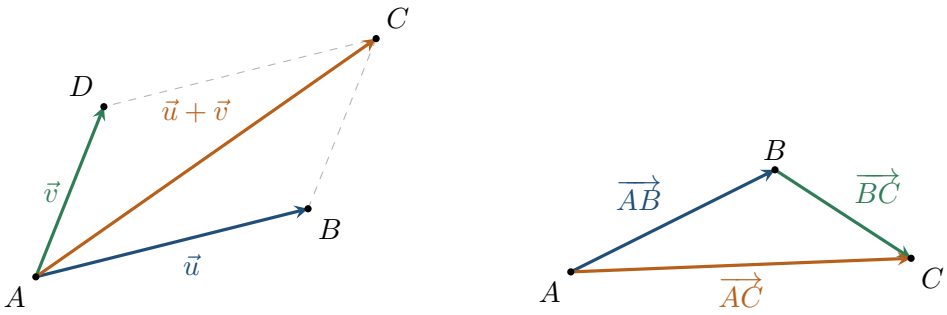
Pour tous points A, B, C :

$$\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Règle du parallélogramme

Si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$ ont la même origine A, alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$, où C est le point tel que $ABCD$ est un parallélogramme.



À gauche : règle du parallélogramme (même origine). À droite : relation de Chasles (bout à bout).

Règles de calcul

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$: $\vec{u}+\vec{v} = \vec{v}+\vec{u}$; $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w} = \vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$; $\vec{u}+\vec{0} = \vec{u}$; $\vec{u}+(-\vec{u}) = \vec{0}$.
On définit la **différence** $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$.

Simplifier avec Chasles

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$. $\quad$ $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BA}$.

Introduire un point avec Chasles

Pour faire apparaître des vecteurs connus, on « passe par » un point de la figure : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, avec n'importe quel point B. C'est l'outil principal des démonstrations vectorielles.

3. Produit d'un vecteur par un réel, colinéarité

Produit par un réel

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un réel non nul. Le vecteur $k\vec{u}$ a :

- la même direction que $\vec{u}$;
- le même sens que $\vec{u}$ si $k > 0$, le sens contraire si $k < 0$;
- pour norme $|k| \times \|\vec{u}\|$.

Si $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$, on pose $k\vec{u} = \vec{0}$.

Règles de calcul

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et réels k, k' : $k(\vec{u}+\vec{v}) = k\vec{u}+k\vec{v}$; $(k+k')\vec{u} = k\vec{u}+k'\vec{u}$; $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$; $k\vec{u} = \vec{0} \iff k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Colinéarité

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** s'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$ ou $\vec{u} = k\vec{v}$. Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Alignement et parallélisme

— Trois points A, B, C sont **alignés** si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

— Les droites (AB) et (CD) sont **parallèles** si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

4. Milieu d'un segment

Caractérisation vectorielle du milieu

I est le milieu de $[AB]$ si et seulement si l'une des égalités équivalentes suivantes est vraie :

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} \qquad \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \qquad \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}.$$

De plus, pour tout point M : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

Démonstration. Si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{AI}$, et $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = -\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AI} = \vec{0}$. Enfin $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{MI} + \vec{0}$.

Théorème des milieux, version vectorielle

Dans un triangle ABC, soit I le milieu de $[AB]$ et J celui de $[AC]$. Alors

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$$

Les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires : $(IJ) \parallel (BC)$, et $IJ = \frac{1}{2}BC$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

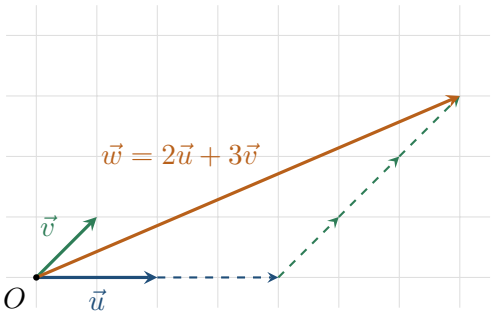
5. Combinaison de deux vecteurs non colinéaires

Décomposition

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs **non colinéaires**. Tout vecteur $\vec{w}$ du plan s'écrit de façon **unique** sous la forme

$$\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v} \qquad (a, b \text{ réels}).$$

On dit que $\vec{w}$ est une **combinaison** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



On atteint l'extrémité de $\vec{w}$ avec deux copies de $\vec{u}$ puis trois copies de $\vec{v}$.

Médiane d'un triangle

Dans un triangle ABC, soit I le milieu de $[BC]$. Avec Chasles :

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

6. Coordonnées dans une base orthonormée

Base et repère orthonormés

Deux vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ forment une **base orthonormée** s'ils ont des directions perpendiculaires et pour norme 1. Avec un point origine O, $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est un **repère orthonormé**.

Coordonnées d'un vecteur

Tout vecteur s'écrit de façon unique $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$. Le couple $(x\,;y)$ est le couple de **coordonnées** de $\vec{u}$; on note $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ou $\vec{u}(x\,;y)$. Les coordonnées d'un point M sont celles de son vecteur position $\overrightarrow{OM}$.

Calculs en coordonnées

Pour $\vec{u}(x\,;y)$, $\vec{v}(x'\,;y')$, k réel, $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$:

- $\vec{u} = \vec{v} \iff x = x'$ et $y = y'$;
- $\vec{u} + \vec{v}\,(x + x'\,;y + y')$ et $k\vec{u}\,(kx\,;ky)$;
- $\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$ (« extrémité moins origine ») ;
- milieu I de $[AB]$: $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}\,;\dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Démonstration. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (x_B\vec{\imath} + y_B\vec{\jmath}) - (x_A\vec{\imath} + y_A\vec{\jmath}) = (x_B - x_A)\vec{\imath} + (y_B - y_A)\vec{\jmath}$. Pour le milieu : $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$ d'après la section 4 (avec $M = O$), d'où ses coordonnées.

Norme et distance

Dans une base orthonormée, si $\vec{u}(x\,;y)$, alors

$$\boxed{\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}} \qquad \text{et} \qquad AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Démonstration. On place un représentant $\overrightarrow{OM}$ de $\vec{u}$, avec $M(x\,;y)$, et $H(x\,;0)$. Les axes étant perpendiculaires, le triangle OHM est rectangle en H, avec $OH = |x|$ et $HM = |y|$ (unités égales sur les axes). Le théorème de Pythagore donne $OM^2 = x^2 + y^2$.

Calculs complets

Soit $A(1\,;2)$, $B(4\,;-1)$, $C(6\,;3)$, $\vec{u}(2\,;-1)$ et $\vec{v}(-3\,;4)$.

- $\overrightarrow{AB}(3\,;-3)$ et $AB = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$; $\quad \|\vec{v}\| = \sqrt{9+16} = 5$.
- $\vec{u} + \vec{v}\,(-1\,;3)$, $\quad 3\vec{u}\,(6\,;-3)$, $\quad 2\vec{u} - \vec{v}\,(4+3\,;-2-4) = (7\,;-6)$.
- Point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donne $6 - x_D = 3$ et $3 - y_D = -3$, d'où $D(3\,;6)$. Contrôle : les milieux de $[AC]$ et de $[BD]$ sont tous deux $(3{,}5\,;2{,}5)$.

7. Déterminant et colinéarité

Déterminant

Dans une base orthonormée, le **déterminant** des vecteurs $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$ est le réel

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y.$$

Critère de colinéarité

Soit $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$ deux vecteurs non nuls. Les propositions suivantes sont équivalentes :

1. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ;
2. $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$, c'est-à-dire $xy' - x'y = 0$;
3. les coordonnées de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ sont proportionnelles : il existe un réel k tel que $x' = kx$ et $y' = ky$.

Démonstration au programme. **(1)** $\Rightarrow$ **(3)** : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls et colinéaires, donc il existe k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$, c'est-à-dire $x' = kx$ et $y' = ky$.
(3) $\Rightarrow$ **(2)** : $xy' - x'y = x(ky) - (kx)y = 0$.
(2) $\Rightarrow$ **(1)** : supposons $xy' = x'y$. Comme $\vec{u} \neq \vec{0}$, $x \neq 0$ ou $y \neq 0$.

- Si $x \neq 0$, on pose $k = \dfrac{x'}{x}$: alors $x' = kx$, et $xy' = x'y = kxy$ donne, en divisant par $x \neq 0$, $y' = ky$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Si $x = 0$, alors $y \neq 0$; on pose $k = \dfrac{y'}{y}$: alors $y' = ky$, et l'égalité $0 \times y' = x'y$ donne $x' = 0 = kx$.

Dans les deux cas $\vec{v} = k\vec{u}$: les vecteurs sont colinéaires.

Tester la colinéarité

$\vec{u}(3\,;-6)$ et $\vec{v}(-2\,;4)$: $\det(\vec{u},\vec{v}) = 3\times 4 - (-2)\times(-6) = 12 - 12 = 0$, colinéaires ($\vec{v} = -\frac{2}{3}\vec{u}$).
$\vec{u}(2\,;5)$ et $\vec{w}(3\,;7)$: $\det(\vec{u},\vec{w}) = 2\times 7 - 3\times 5 = -1 \neq 0$, non colinéaires.

Démontrer un alignement ou un parallélisme

1. Calculer les coordonnées des deux vecteurs utiles : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ (alignement), ou $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ (parallélisme) ;
2. calculer leur déterminant ;
3. conclure : nul, les points sont alignés (les droites parallèles) ; non nul, ils ne le sont pas.

Alignement et parallélisme

— $A(-1\,;1)$, $B(1\,;2)$, $C(7\,;5)$: $\overrightarrow{AB}(2\,;1)$, $\overrightarrow{AC}(8\,;4)$ et $\det = 2\times 4 - 8\times 1 = 0$: les points sont alignés.

— $E(1\,;-2)$, $F(3\,;2)$, $G(-1\,;0)$, $H(0\,;2)$: $\overrightarrow{EF}(2\,;4)$, $\overrightarrow{GH}(1\,;2)$ et $\det = 2\times 2 - 1\times 4 = 0$: $(EF) \parallel (GH)$.

Un dessin ne prouve rien

Des points qui « semblent » alignés ne le sont pas forcément : $A(0\,;0)$, $B(10\,;7)$ et $C(20\,;15)$ donnent $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = 10\times 15 - 20\times 7 = 10 \neq 0$. Seul le calcul conclut.

8. Choisir sa méthode dans un problème

Vecteurs ou coordonnées ?

— Figure sans repère, relations entre milieux et parallélogrammes : **calcul vectoriel** avec Chasles, en exprimant tout en fonction de deux vecteurs non colinéaires.

— Points donnés par leurs coordonnées : **coordonnées** et déterminant.

— Une figure sans repère peut être munie d'un repère bien choisi, par exemple $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ pour un parallélogramme $ABCD$ (repère non orthonormé : on y calcule coordonnées et déterminant, mais pas de distance).

Un alignement dans un parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme, I le milieu de $[BC]$ et E le point tel que $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{DI}$. En passant par C, avec $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$:

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{AD} + 2\left(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CI}\right) = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}.$$

Donc A, B, E sont alignés, et B est le milieu de $[AE]$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Pour aller plus loin : centre de gravité

Dans un triangle ABC, le point G défini par $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ est le point de concours des trois médianes, situé aux deux tiers de chacune en partant du sommet : $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$ où I est le milieu de $[BC]$. Ses coordonnées sont les moyennes de celles des sommets : $x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}$, $y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}$.

9. Erreurs classiques

À éviter

- Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$: x_B-x_A (extrémité moins origine), pas x_A-x_B.
- $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ ne se simplifie pas par Chasles : il faut que l'extrémité du premier soit l'origine du second.
- $\|\vec{u}+\vec{v}\|\neq\|\vec{u}\|+\|\vec{v}\|$ en général ; $\|k\vec{u}\|=|k|\,\|\vec{u}\|$ (valeur absolue).
- Déterminant : $xy'-x'y$ (produit en croix des coordonnées), pas $xx'-yy'$.
- La formule de la distance n'est valable que dans un repère **orthonormé**.

10. Fiche de synthèse

Parallélogramme	$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\iff ABCD$ parallélogramme
Chasles	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$
Milieu	$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$; $I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\frac{y_A+y_B}{2}\right)$
Coordonnées	$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$; $\vec{u}+\vec{v}\,(x+x'\,;y+y')$; $k\vec{u}\,(kx\,;ky)$
Norme	$\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$ (base orthonormée)
Déterminant	$\det(\vec{u},\vec{v})=xy'-x'y$
Colinéarité	$\det(\vec{u},\vec{v})=0\iff\vec{u},\vec{v}$ colinéaires
Alignement	A,B,C alignés $\iff\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=0$
Parallélisme	$(AB)\parallel(CD)\iff\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=0$

11. Exercices d'application

Exercice 1 – Relation de Chasles

Simplifier : a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}$; b) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}$; c) $\overrightarrow{DE}-\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FG}$.

Exercice 2 – Coordonnées et figure

Soit $A(-2\,;1)$, $B(2\,;3)$ et $C(4\,;-1)$ dans un repère orthonormé.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$. Vérifier la relation de Chasles.
2. Calculer AB, BC et AC. Quelle est la nature du triangle ABC ?
3. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Quelle est la nature de $ABCD$?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – Colinéarité

1. Les vecteurs $\vec{u}(4\,;-10)$ et $\vec{v}(-6\,;15)$ sont-ils colinéaires ?
2. Déterminer le réel m tel que $\vec{a}(m\,;4)$ et $\vec{b}(3\,;6)$ soient colinéaires.

Exercice 4 – Alignement

Soit $A(1\,;-1)$, $B(3\,;3)$, $C(-2\,;-7)$ et $D(4\,;6)$. Les points A, B, C sont-ils alignés ? Et A, B, D ?

Exercice 5 – Démonstration vectorielle

ABC est un triangle. On définit les points M et N par $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.
2. En déduire que (MN) et (BC) sont parallèles et comparer les longueurs MN et BC.

12. Corrigés des exercices

Corrigé de l'exercice 1

Corrigé. a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$. b) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BA}$. c) $\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{DG}$ (car $-\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{EF}$).

Corrigé de l'exercice 2

Corrigé.

1. $\overrightarrow{AB}(4\,;2)$, $\overrightarrow{BC}(2\,;-4)$, $\overrightarrow{AC}(6\,;-2)$, et $(4+2\,;2-4)=(6\,;-2)$: on retrouve $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.
2. $AB=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$, $BC=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$, $AC=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}$. $AB=BC$ et $AB^2+BC^2=40=AC^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est **rectangle isocèle en** B.
3. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$: $4-x_D=4$ et $-1-y_D=2$, d'où $D(0\,;-3)$. Contrôle : les milieux de $[AC]$ et $[BD]$ valent tous deux $(1\,;0)$. Un parallélogramme qui a un angle droit et deux côtés consécutifs égaux est un **carré**.

Corrigé de l'exercice 3

Corrigé. 1. $\det(\vec{u},\vec{v})=4\times15-(-6)\times(-10)=60-60=0$: colinéaires ($\vec{v}=-\frac{3}{2}\vec{u}$). 2. $\det(\vec{a},\vec{b})=6m-12$, nul si et seulement si $m=2$; alors $\vec{b}=\frac{3}{2}\vec{a}$.

Corrigé de l'exercice 4

Corrigé. $\overrightarrow{AB}(2\,;4)$, $\overrightarrow{AC}(-3\,;-6)$: $\det=2\times(-6)-(-3)\times4=-12+12=0$, donc A, B, C sont alignés. $\overrightarrow{AD}(3\,;7)$: $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)=2\times7-3\times4=2\neq0$, donc A, B, D ne sont pas alignés.

Corrigé de l'exercice 5

Corrigé. 1. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. 2. $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires, donc $(MN)\parallel(BC)$, et $MN=\frac{1}{3}BC$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).