Plaquette 3 – Aires du carré et du rectangle

Aires et périmètres — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Aires.

$$A_{\text{rectangle}} = L \times \ell \qquad A_{\text{carré}} = c \times c$$

— Une aire s'exprime en unités d'aire : un carré de 1 cm de côté a une aire de 1 cm², un carré de 1 m de côté une aire de 1 m².
— Sur un quadrillage de 1 cm, on compte les carreaux.
— On compare deux aires sans les mesurer en superposant, ou en découpant et en recollant.
— Retrouver une dimension : $\ell = A \div L$ pour un rectangle ; pour un carré, on cherche le nombre c tel que $c \times c = A$.

Aire et périmètre sont deux grandeurs différentes : deux figures de même aire peuvent avoir des périmètres différents, et inversement.

Correction de l'exercice 1 – Un rectangle

L'aire du rectangle est le produit de sa longueur par sa largeur :

$$A = 7 \times 4 = 28 \text{ cm}^2$$

Le périmètre est la longueur du contour : $P = 2 \times (7 + 4) = 2 \times 11 = 22$ cm.

On peut vérifier l'aire en imaginant le rectangle découpé en 4 rangées de 7 carrés de 1 cm de côté : 28 carrés. Attention aux unités : cm² pour l'aire, cm pour le périmètre.

Réponse. 28 cm² et 22 cm.

Correction de l'exercice 2 – Un carré

L'aire du carré vaut côté fois côté :

$$A = 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$$

Le périmètre vaut 4 fois le côté : $P = 4 \times 6 = 24$ cm.

Les deux nombres sont différents, et leurs unités aussi : une aire mesure une surface, un périmètre une longueur. Il ne faut pas confondre 6×6 et 4×6.

Réponse. 36 cm² et 24 cm.

Correction de l'exercice 3 – Compter les carreaux

En comptant les carreaux rangée par rangée, de bas en haut : $6 + 4 + 2 = 12$ carreaux.

En découpant en trois rectangles horizontaux de 1 cm de haut :

$$6 \times 1 + 4 \times 1 + 2 \times 1 = 12 \text{ cm}^2$$

Les deux méthodes donnent le même résultat : l'aire de la figure est de 12 cm².

Réponse. 12 cm².

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Retrouver une largeur

On sait que $A = L \times \ell$, donc $9 \times \ell = 54$. On cherche le nombre qui, multiplié par 9, donne 54 :

$$\ell = 54 \div 9 = 6 \text{ cm}$$

Contrôle : $9 \times 6 = 54$ cm².

Le périmètre vaut alors $2 \times (9 + 6) = 30$ cm. Connaître l’aire et une dimension suffit donc pour retrouver toute la figure.

Réponse. Largeur 6 cm ; périmètre 30 cm.

Correction de l’exercice 5 – Retrouver le côté d’un carré

On cherche le nombre c tel que $c \times c = 49$. En essayant : $6 \times 6 = 36$, $7 \times 7 = 49$. Le côté mesure 7 cm.

Un carré d’aire 1 m² a un côté de 1 m, c’est-à-dire 100 cm. On vérifie la conversion :

$$100 \times 100 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1 \text{ m}^2$$

Réponse. 7 cm ; 100 cm.

Correction de l’exercice 6 – Comparer sans mesurer

On compte les carreaux de la figure : la rangée du bas en contient 4, les deux rangées du haut 5 chacune, soit $4 + 5 + 5 = 14$ carreaux.

Le rectangle de 4 cm sur 4 cm contient 4 rangées de 4 carreaux :

$$4 \times 4 = 16 \text{ carreaux}$$

La figure a donc une aire plus petite (14 cm² contre 16 cm²), même si elle déborde d’un carreau sur le côté.

Réponse. Plus petite : 14 cm² contre 16 cm².

Correction de l’exercice 7 – Même aire, périmètres différents

On cherche des couples de nombres dont le produit vaut 12 : 1×12, 2×6 et 3×4.

$$P_1 = 2 \times (1 + 12) = 26 \qquad P_2 = 2 \times (2 + 6) = 16 \qquad P_3 = 2 \times (3 + 4) = 14$$

Les trois rectangles ont la même aire, 12 cm², mais des périmètres très différents : plus le rectangle est allongé, plus son périmètre est grand. L’aire et le périmètre ne varient pas ensemble.

Réponse. 1×12, 2×6, 3×4 : périmètres 26, 16 et 14 cm.

Correction de l’exercice 8 – Même périmètre, aires différentes

Le périmètre vaut 20 cm, donc la somme de la longueur et de la largeur vaut 10 cm. On liste les possibilités et leurs aires :

Côtés (cm)	1 **et** 9	2 **et** 8	3 **et** 7	4 **et** 6	5 **et** 5
Aire (cm²)	9	16	21	24	25

Le carré de 5 cm de côté a la plus grande aire :

$$5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$$

À périmètre égal, les rectangles « ramassés » ont une plus grande aire que les rectangles allongés.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. Le carré de 5 cm, avec 25 cm².

Correction de l’exercice 9 – Choisir l’unité

On choisit l’unité qui donne un nombre ni trop grand ni trop petit.

a) Une page de cahier mesure environ 17 cm sur 22 cm : environ 374 cm². Unité : le **cm²**.

b) Une cour mesure plusieurs dizaines de mètres de côté : le **m²**.

c) Une ville s’étend sur plusieurs kilomètres : le **km²**.

d) Un écran de montre mesure quelques millimètres ou centimètres :

$$30\ \text{mm} \times 30\ \text{mm} = 900\ \text{mm}^2 = 9\ \text{cm}^2$$

le **cm²** (ou le mm²) convient.

Réponse. a) cm² — b) m² — c) km² — d) cm² ou mm².

Correction de l’exercice 10 – Le parquet d’une chambre

L’aire de la chambre vaut

$$A = 3{,}5 \times 2{,}8 = 9{,}8\ \text{m}^2$$

Le prix est proportionnel à l’aire : 9,8 m² à 25 € le mètre carré coûtent $9{,}8 \times 25 = 245$ €.

Contrôle d’ordre de grandeur : environ 10 m² à 25 €, soit environ 250 €.

Réponse. 9,8 m² ; 245 €.

Correction de l’exercice 11 – Doubler les côtés

Le premier rectangle a une aire de $3 \times 5 = 15$ cm² et un périmètre de 16 cm. Le second mesure 6 cm sur 10 cm :

$$A = 6 \times 10 = 60\ \text{cm}^2 \qquad P = 2 \times (6 + 10) = 32\ \text{cm}$$

Le périmètre est multiplié par 2, mais l’aire est multipliée par 4 ($60 = 4 \times 15$) : le grand rectangle contient exactement 4 fois le petit.

Réponse. Aire multipliée par 4 ; périmètre multiplié par 2.

Correction de l’exercice 12 – Carreler une pièce

Méthode par les longueurs : 3 m = 300 cm, soit $300 \div 20 = 15$ carreaux dans la longueur ; 2 m = 200 cm, soit 10 carreaux dans la largeur. Il faut $15 \times 10 = 150$ carreaux.

Méthode par les aires : la pièce mesure $300 \times 200 = 60\,000$ cm² et un carreau $20 \times 20 = 400$ cm², d’où

$$60\,000 \div 400 = 150$$

Les deux méthodes concordent : 150 carreaux.

Réponse. 150 carreaux.

Correction de l’exercice 13 – Repérer une erreur

L’élève a calculé le **périmètre** du carré (4 côtés de 5 cm), qui vaut 20 cm, et non son aire. L’aire d’un carré vaut côté fois côté :

$$A = 5 \times 5 = 25\ \text{cm}^2$$

Pour s’en souvenir : le carré de 5 cm de côté contient 5 rangées de 5 carreaux de 1 cm², soit 25 carreaux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. 25 cm² (et 20 cm est le périmètre).

Correction de l’exercice 14 – Semer une pelouse

L’aire du terrain vaut

$$A = 40 \times 25 = 1000 \text{ m}^2$$

Il faut 1 kg pour chaque tranche de 50 m². Dans 1000 m², il y a $1000 \div 50 = 20$ tranches de 50 m² : il faut acheter 20 kg de graines.

La quantité de graines est proportionnelle à l’aire : deux fois plus de terrain demande deux fois plus de graines.

Réponse. 20 kg.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : aménager un jardin

a) Jardin : $12 \times 8 = 96$ m². Potager : $4 \times 4 = 16$ m².

b) La pelouse est le jardin moins le potager :

$$96 - 16 = 80 \text{ m}^2$$

c) La clôture fait le tour du potager : c’est son périmètre, $4 \times 4 = 16$ m.

On remarque que le potager a une aire de 16 m² et un périmètre de 16 m : les nombres sont égaux par hasard, mais les grandeurs restent différentes (une surface et une longueur).

Réponse. a) 96 m² et 16 m² — b) 80 m² — c) 16 m.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).