

Plaquette 3 – Aires : rectangle, carré, triangle et disque

Aires et périmètres — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Aires.

- Rectangle : $A = L \times \ell$; carré : $A = c \times c$.
- **Triangle** : on multiplie une base par la hauteur **correspondante** (perpendiculaire à cette base, issue du sommet opposé), puis on divise par 2.

$$A_{\text{triangle}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

- Dans un triangle rectangle, les deux côtés de l'angle droit sont une base et sa hauteur.
- La hauteur peut tomber **à l'extérieur** du triangle : on prolonge alors la base.
- **Disque** de rayon r :

$$A_{\text{disque}} = \pi \times r \times r \quad \pi \approx 3,14$$

- Une aire s'exprime en unités d'aire : cm^2 , m^2 ... Un carré de 1 cm de côté a une aire de 1 cm^2 .
- Retrouver une dimension : $\ell = A \div L$ pour un rectangle.

Correction de l'exercice 1 – Aires de carrés

L'aire d'un carré s'obtient en multipliant le côté par lui-même :

$$A = c \times c$$

- a) $2,5 \times 2,5 = 6,25 \text{ cm}^2$.
- b) $0,8 \times 0,8 = 0,64 \text{ m}^2$.
- c) $12 \times 12 = 144 \text{ mm}^2$.

En b), l'aire est plus petite que 0,8 : multiplier par un nombre inférieur à 1 diminue.

Réponse. a) $6,25 \text{ cm}^2$ · b) $0,64 \text{ m}^2$ · c) 144 mm^2 .

Correction de l'exercice 2 – La surface d'une chambre

La surface d'un rectangle est son aire :

$$A = L \times \ell = 4,5 \times 3,2$$

- Sans virgule : $45 \times 32 = 1\,440$; deux chiffres après la virgule : 14,40.
- La chambre a une surface de $14,4 \text{ m}^2$.

Contrôle : $4 \times 3 = 12$ et $5 \times 4 = 20$: $14,4 \text{ m}^2$ est bien entre les deux.

Réponse. $14,4 \text{ m}^2$.

Correction de l'exercice 3 – Triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, un côté de l'angle droit est une base et l'autre est la hauteur correspondante :

$$A = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ cm}^2$$

Le triangle est la moitié d'un rectangle de 7 cm sur 4 cm (aire 28 cm²), coupé par sa diagonale.

Réponse. 14 cm².

Correction de l'exercice 4 - Base et hauteur

[CH] est perpendiculaire à la base [AB] : c'est la hauteur correspondante. On applique la formule :

$$A = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{9 \times 6}{2} = \frac{54}{2} = 27 \text{ cm}^2$$

La position du pied H sur la base ne change pas l'aire.

Réponse. 27 cm².

Correction de l'exercice 5 - Une hauteur à l'extérieur

La formule reste la même : on prend la base [AB] et la hauteur correspondante [CH], perpendiculaire à la droite (AB), même si H est en dehors du segment.

$$A = \frac{5 \times 4}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}^2$$

Piège. Utiliser AH ou HB comme base : la base est le côté [AB] du triangle, soit 5 cm.

Réponse. 10 cm².

Correction de l'exercice 6 - Choisir la bonne longueur

Dans la formule, la hauteur doit être **perpendiculaire** à la base. Le côté [BC] est oblique : ce n'est pas une hauteur. La hauteur relative à la base [AB] est [CH].

$$A = \frac{AB \times CH}{2} = \frac{8 \times 4}{2} = 16 \text{ cm}^2$$

Paul a tort : l'aire vaut 16 cm², pas 20 cm².

Réponse. Non : 16 cm².

Correction de l'exercice 7 - Aire d'un disque

On utilise la formule avec le **rayon** :

$$A = \pi \times r \times r$$

a) $A = \pi \times 3 \times 3 = 9\pi \approx 28,26 \text{ cm}^2$.

b) Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 5 \text{ cm}$. $A = \pi \times 5 \times 5 = 25\pi \approx 78,5 \text{ cm}^2$.

Piège. En b), calculer $\pi \times 10 \times 10$: on utiliserait le diamètre au lieu du rayon, et l'aire serait 4 fois trop grande.

Réponse. a) $9\pi \approx 28,26 \text{ cm}^2$ · b) $25\pi \approx 78,5 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 8 - Un quart de disque

On calcule l'aire du disque entier, puis on en prend le quart :

$$A_{\text{disque}} = \pi \times 4 \times 4 = 16\pi \text{ cm}^2$$

— Quart de disque : $16\pi \div 4 = 4\pi \text{ cm}^2$.

— Valeur approchée : $4 \times 3,14 = 12,56 \text{ cm}^2$.

Contrôle : le quart de disque tient dans un carré de 4 cm de côté, d'aire 16 cm², et $12,56 < 16$.

Réponse. $4\pi \approx 12,56 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 9 - Un triangle sur quadrillage

On lit sur le quadrillage : la base (horizontale) mesure $7 - 1 = 6$ carreaux, soit 6 cm ; la hauteur, du sommet du haut jusqu'à la base, mesure 4 carreaux, soit 4 cm.

$$A = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

On peut le vérifier : le triangle occupe la moitié du rectangle de 6 carreaux sur 4, qui contient 24 carreaux.

Réponse. 12 cm^2 .

Correction de l'exercice 10 - Les formules à l'envers

On utilise les formules « à l'envers ».

a) $L \times 6 = 54$, donc $L = 54 \div 6 = 9 \text{ cm}$.

b) $c \times c = 81$: on cherche un nombre qui, multiplié par lui-même, donne 81 : $c = 9 \text{ cm}$.

c) La formule donne :

$$\frac{8 \times h}{2} = 24 \quad \text{donc} \quad 8 \times h = 48$$

et $h = 48 \div 8 = 6 \text{ cm}$.

Réponse. a) 9 cm · b) 9 cm · c) 6 cm.

Correction de l'exercice 11 - Le triangle dans le rectangle

La base du triangle est $[AB]$, de longueur 10 cm. Sa hauteur est la distance de E à (AB) ; comme E est sur $[DC]$, elle vaut la largeur du rectangle, 6 cm.

$$A = \frac{10 \times 6}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

Où que soit E sur $[DC]$, la base et la hauteur ne changent pas : l'aire reste 30 cm^2 , la moitié de celle du rectangle (60 cm^2).

Réponse. 30 cm^2 , quelle que soit la position de E .

Correction de l'exercice 12 - Pizza ronde ou pizza carrée ?

On compare les deux aires.

— Pizza ronde : rayon $30 \div 2 = 15 \text{ cm}$.

$$A = \pi \times 15 \times 15 \approx 3,14 \times 225 = 706,5 \text{ cm}^2$$

— Pizza carrée : $27 \times 27 = 729 \text{ cm}^2$.

$729 > 706,5$: la pizza carrée est la plus grande, d'environ $22,5 \text{ cm}^2$.

Réponse. La carrée (729 cm^2 contre environ $706,5 \text{ cm}^2$).

Correction de l'exercice 13 - Des carreaux de 0,5 cm

On compte d'abord les carreaux coloriés : 4 par ligne sur 3 lignes, soit 12 carreaux. Puis on calcule l'aire d'un carreau :

$$A_{\text{carreau}} = 0,5 \times 0,5 = 0,25 \text{ cm}^2$$

— Aire de la figure : $12 \times 0,25 = 3 \text{ cm}^2$.

Piège. Répondre $12 \times 0,5 = 6 \text{ cm}^2$: un carreau n'a pas une aire de $0,5 \text{ cm}^2$.

Réponse. 3 cm².

Correction de l'exercice 14 - Le terrain de sport

a) $A = 40 \times 20 = 800 \text{ m}^2$.

b) $800 \div 2 = 400 \text{ m}^2$ par moitié.

c) On prend la moitié de l'aire du disque de rayon 6 m :

$$A = \frac{\pi \times 6 \times 6}{2} = 18\pi \approx 56,52 \text{ m}^2$$

La zone du gardien occupe donc environ 57 m² de chaque moitié de 400 m².

Réponse. a) 800 m² · b) 400 m² · c) $18\pi \approx 56,52 \text{ m}^2$.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Faux.** On oublie de diviser par 2 :

$$A = \frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

b) **Vrai.** $\pi \times 10 \times 10 = 100\pi \approx 314 \text{ cm}^2$.

c) **Faux.** Elle est multipliée par 4 : $(2c) \times (2c) = 4 \times c \times c$.

d) **Vrai.** La formule n'utilise que la base et la hauteur.

Réponse. a) faux (15 cm²) · b) vrai · c) faux ($\times 4$) · d) vrai.