

Plaquette 5 – Figures composées et problèmes d'aires

Aires et périmètres — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Aires de figures composées.

- **Découper** : on partage la figure en rectangles, triangles, disques... puis on additionne.

$$A_{\text{figure}} = A_1 + A_2 + \dots$$

- **Enlever** : on part d'une grande figure simple, puis on soustrait les parties en trop.

$$A_{\text{figure}} = A_{\text{grande figure}} - A_{\text{partie enlevée}}$$

- Les deux méthodes doivent donner le même résultat : c'est un bon contrôle.
- Formules : rectangle $L \times \ell$; triangle $\frac{b \times h}{2}$; disque $\pi \times r \times r$; demi-disque : la moitié.
- **Quantités à acheter** (pots, sacs, rouleaux) : on arrondit toujours **au-dessus**.

Correction de l'exercice 1 - La figure en L

Découpage : un rectangle du bas de 8 cm sur 2 cm, et un rectangle à gauche de 3 cm sur $6 - 2 = 4$ cm.

$$A = 8 \times 2 + 3 \times 4 = 16 + 12 = 28 \text{ cm}^2$$

Enlèvement : le grand rectangle de 8 cm sur 6 cm, moins le rectangle vide en haut à droite, de $8 - 3 = 5$ cm sur 4 cm.

$$- 8 \times 6 - 5 \times 4 = 48 - 20 = 28 \text{ cm}^2.$$

Les deux méthodes donnent bien 28 cm^2 .

Réponse. 28 cm^2 .

Correction de l'exercice 2 - Rectangle et triangle

On découpe par la verticale qui part du coin supérieur droit :

- un rectangle de 6 cm sur 4 cm : $6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$;
- un triangle rectangle de côtés $9 - 6 = 3$ cm et 4 cm :

$$A = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

Aire totale : $24 + 6 = 30 \text{ cm}^2$.

Réponse. 30 cm^2 .

Correction de l'exercice 3 - Un coin coupé

On enlève le triangle à l'aire du rectangle :

$$A = A_{\text{rectangle}} - A_{\text{triangle}}$$

- Rectangle : $10 \times 6 = 60 \text{ cm}^2$.
- Triangle : $\frac{3 \times 2}{2} = 3 \text{ cm}^2$.

— Plaque restante : $60 - 3 = 57 \text{ cm}^2$.

Contrôle par découpage : un rectangle de 7 cm sur 6 cm (42 cm^2), un rectangle de 3 cm sur 4 cm (12 cm^2) et le petit triangle restant (3 cm^2) : $42 + 12 + 3 = 57 \text{ cm}^2$.

Réponse. 57 cm^2 .

Correction de l'exercice 4 - La couronne

On enlève le petit disque au grand :

$$A = \pi \times 5 \times 5 - \pi \times 3 \times 3 = 25\pi - 9\pi = 16\pi \text{ cm}^2$$

— Valeur approchée : $16 \times 3,14 = 50,24 \text{ cm}^2$.

Piège. Calculer l'aire d'un disque de rayon $5 - 3 = 2 \text{ cm}$: ce n'est pas la même chose ($4\pi \text{ cm}^2$ seulement).

Réponse. $16\pi \approx 50,24 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 5 - La pelouse du stade

Les deux demi-disques forment un disque entier de rayon 30 m :

$$A = 80 \times 60 + \pi \times 30 \times 30$$

— Rectangle : $4\,800 \text{ m}^2$.

— Disque : $900\pi \approx 3,14 \times 900 = 2\,826 \text{ m}^2$.

— Pelouse : $4\,800 + 2\,826 = 7\,626 \text{ m}^2$. C'est environ 0,76 ha.

Réponse. Environ $7\,626 \text{ m}^2$.

Correction de l'exercice 6 - L'allée autour de la pelouse

Le grand rectangle (pelouse + allée) mesure $12 + 1 + 1 = 14 \text{ m}$ sur $8 + 1 + 1 = 10 \text{ m}$. On enlève la pelouse :

$$A_{\text{allée}} = 14 \times 10 - 12 \times 8 = 140 - 96 = 44 \text{ m}^2$$

Piège. Ajouter seulement 1 m à chaque dimension : l'allée est des **deux** côtés.

Réponse. 44 m^2 .

Correction de l'exercice 7 - La fenêtre en arc

On additionne l'aire du rectangle et celle du demi-disque (rayon 0,5 m).

$$A = 1 \times 1,5 + \frac{\pi \times 0,5 \times 0,5}{2}$$

— Rectangle : $1,5 \text{ m}^2$.

— Demi-disque : $0,25 \times 3,14 \div 2 = 0,785 \div 2 = 0,3925 \text{ m}^2$.

— Total : $1,5 + 0,3925 = 1,8925 \approx 1,89 \text{ m}^2$.

Réponse. Environ $1,89 \text{ m}^2$.

Correction de l'exercice 8 - Carreler une pièce en L

On découpe la pièce en deux rectangles : 6 m sur 3 m en bas, et 4 m sur $5 - 3 = 2 \text{ m}$ en haut.

$$A = 6 \times 3 + 4 \times 2 = 18 + 8 = 26 \text{ m}^2$$

Prix : $26 \times 32 = 832 \text{ €}$.

Contrôle par enlèvement : $6 \times 5 - 2 \times 2 = 30 - 4 = 26 \text{ m}^2$.

Réponse. 832 €.

Correction de l'exercice 9 - Le gazon et le bassin

a) On enlève le bassin au jardin :

$$A = 20 \times 15 - 4 \times 4 = 300 - 16 = 284 \text{ m}^2$$

b) $284 \div 40 = 7,1$. Sept sacs couvrent 280 m^2 : ce n'est pas assez. Il faut acheter 8 sacs.

Rappel. Pour une quantité à acheter, on arrondit toujours au-dessus, même si la partie décimale est petite.

Réponse. a) 284 m^2 · b) 8 sacs.

Correction de l'exercice 10 - Repeindre une chambre

a) Deux murs mesurent 4 m sur 2,5 m, deux autres 3 m sur 2,5 m.

$$A_{\text{murs}} = 2 \times 4 \times 2,5 + 2 \times 3 \times 2,5 = 20 + 15 = 35 \text{ m}^2$$

— Porte : $0,9 \times 2 = 1,8 \text{ m}^2$; fenêtre : $1,2 \times 1 = 1,2 \text{ m}^2$.

— À peindre : $35 - 1,8 - 1,2 = 32 \text{ m}^2$.

b) $32 \div 8 = 4 \text{ L}$ de peinture. Un pot contient 2,5 L : un pot ne suffit pas, deux pots font 5 L. Il faut 2 pots.

Réponse. a) 32 m^2 · b) 2 pots.

Correction de l'exercice 11 - La croix

Aire : cinq carrés de 3 cm de côté.

$$A = 5 \times 3 \times 3 = 45 \text{ cm}^2$$

Périmètre : on compte les côtés du contour. Chacun des quatre carrés extérieurs apporte 3 côtés au contour (le quatrième est collé au carré central), et le carré central n'en apporte aucun : $4 \times 3 = 12$ côtés de 3 cm.

— $P = 12 \times 3 = 36 \text{ cm}$.

Réponse. 45 cm^2 et 36 cm.

Correction de l'exercice 12 - Le carré dans le carré

On enlève au grand carré les quatre triangles des coins. Chacun est rectangle, avec des côtés de $8 \div 2 = 4 \text{ cm}$:

$$A_{\text{triangle}} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

— Grand carré : $8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$.

— Quatre triangles : $4 \times 8 = 32 \text{ cm}^2$.

— $IJKL$: $64 - 32 = 32 \text{ cm}^2$, exactement la moitié du grand carré.

Réponse. 32 cm^2 .

Correction de l'exercice 13 - Les chutes de découpe

Le plus grand disque a pour diamètre le côté du carré, 20 cm : son rayon est 10 cm.

$$A_{\text{chutes}} = 20 \times 20 - \pi \times 10 \times 10 = 400 - 100\pi$$

— $100\pi \approx 314 \text{ cm}^2$.

— Chutes : $400 - 314 = 86 \text{ cm}^2$, soit environ un cinquième de la plaque.

Réponse. $400 - 100\pi \approx 86 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 14 - La moquette

On enlève l'emplacement du placard à la chambre :

$$A = 4 \times 3 - 1 \times 0,6 = 12 - 0,6 = 11,4 \text{ m}^2$$

Prix : $11,4 \times 18 = 205,2 \text{ €}$, soit 205,20 €.

Contrôle : $11 \times 18 = 198$ et $12 \times 18 = 216$; 205,20 € est bien entre les deux.

Réponse. 205,20 €.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Vrai.** Découper autrement donne les mêmes morceaux regroupés différemment : c'est d'ailleurs un bon contrôle.

b) **Faux.** La couronne a pour aire $16\pi \text{ cm}^2$, le disque de rayon 2 cm :

$$\pi \times 2 \times 2 = 4\pi \text{ cm}^2$$

c) **Vrai.** Avec 7 sacs, il manquerait de quoi couvrir une partie : on arrondit au-dessus.

d) **Vrai.** On soustrait une aire positive. (Le périmètre, lui, peut augmenter !)

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) vrai.