Plaquette 5 – Figures composées et problèmes d'aires

Aires et périmètres — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Aires de figures composées.

— **Découper** : on partage la figure en rectangles et en carrés, puis on additionne.

$$A_{\text{figure}} = A_1 + A_2 + \dots$$

— **Enlever** : on part d'un grand rectangle, puis on soustrait les parties en trop.

$$A_{\text{figure}} = A_{\text{grand rectangle}} - A_{\text{partie enlevée}}$$

— Les deux méthodes doivent donner le même résultat : c'est un bon contrôle.

— Formules : rectangle $L \times \ell$; carré $c \times c$.

— **Contours** : on additionne les longueurs de tous les côtés ; un demi-cercle de diamètre d mesure $\dfrac{\pi \times d}{2}$.

— **Quantités à acheter** (pots, sacs, rouleaux) : on arrondit toujours **au-dessus**.

Correction de l'exercice 1 – La figure en L

Découpage : un rectangle du bas de 8 cm sur 2 cm, et un rectangle à gauche de 3 cm sur $6 - 2 = 4$ cm.

$$A = 8 \times 2 + 3 \times 4 = 16 + 12 = 28 \text{ cm}^2$$

Enlèvement : le grand rectangle de 8 cm sur 6 cm, moins le rectangle vide en haut à droite, de $8 - 3 = 5$ cm sur 4 cm.

— $8 \times 6 - 5 \times 4 = 48 - 20 = 28$ cm².

Les deux méthodes donnent bien 28 cm².

Réponse. 28 cm².

Correction de l'exercice 2 – Un escalier

On découpe le profil en trois rectangles horizontaux de 0,5 m de haut, de longueurs 6 m, 4 m et 2 m :

$$A = 6 \times 0{,}5 + 4 \times 0{,}5 + 2 \times 0{,}5 = 3 + 2 + 1 = 6 \text{ m}^2$$

Contrôle par la méthode « enlever » : le grand rectangle de 6 m sur 1,5 m mesure 9 m², et l'on enlève les deux rectangles vides en haut à droite, de $2 \times 0{,}5 = 1$ m² et $4 \times 0{,}5 = 2$ m² : $9 - 1 - 2 = 6$ m².

Réponse. 6 m².

Correction de l'exercice 3 – Un coin coupé

Aire : on enlève le carré du rectangle,

$$A = 12 \times 8 - 3 \times 3 = 96 - 9 = 87 \text{ cm}^2$$

Périmètre : on fait le tour, $12 + 5 + 3 + 3 + 9 + 8 = 40$ cm.

La plaque entière avait un périmètre de $2 \times (12 + 8) = 40$ cm : le périmètre n'a pas

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

changé ! Les deux côtés enlevés du coin (3 cm et 3 cm) sont remplacés par deux côtés de même longueur, alors que l'aire a diminué de 9 cm².

Réponse. 87 cm² (au lieu de 96) ; périmètre 40 cm, inchangé.

Correction de l'exercice 4 – Le cadre d'un tableau

Le cadre est le grand rectangle dont on enlève la toile :

$$A_{\text{cadre}} = 50 \times 40 - 40 \times 30 = 2000 - 1200 = 800 \text{ cm}^2$$

Contrôle : le cadre a 5 cm de large de chaque côté ($\frac{50-40}{2} = 5$). On peut le découper en deux bandes de $50 \times 5 = 250$ cm² (en haut et en bas) et deux bandes de $30 \times 5 = 150$ cm² (sur les côtés) : $2 \times 250 + 2 \times 150 = 800$ cm².

Réponse. 800 cm².

Correction de l'exercice 5 – Le tour du stade

Les deux demi-cercles forment ensemble un cercle complet de diamètre 64 m, de longueur $\pi \times 64$.

$$P = 2 \times 100 + \pi \times 64 \approx 200 + 3{,}14 \times 64 = 200 + 200{,}96 = 400{,}96 \text{ m}$$

Un tour de piste mesure environ 401 m : c'est la piste de 400 m des stades d'athlétisme, mesurée un peu à l'intérieur du premier couloir.

Réponse. Environ 401 m.

Correction de l'exercice 6 – L'allée autour de la pelouse

Le grand rectangle (pelouse + allée) mesure $12 + 1 + 1 = 14$ m sur $8 + 1 + 1 = 10$ m. On enlève la pelouse :

$$A_{\text{allée}} = 14 \times 10 - 12 \times 8 = 140 - 96 = 44 \text{ m}^2$$

Piège. Ajouter seulement 1 m à chaque dimension : l'allée est des **deux** côtés.

Réponse. 44 m².

Correction de l'exercice 7 – Le contour d'une fenêtre en arc

Le contour comprend les deux côtés verticaux, le bas et le demi-cercle (le haut du rectangle est à l'intérieur de la fenêtre).

$$P = 1{,}5 + 1 + 1{,}5 + \frac{\pi \times 1}{2} \approx 4 + 1{,}57 = 5{,}57 \text{ m}$$

Il faut environ 5,57 m de joint. L'erreur classique serait d'ajouter le côté de 1 m entre le rectangle et le demi-cercle : il n'est pas sur le contour.

Réponse. Environ 5,57 m.

Correction de l'exercice 8 – Carreler une pièce en L

On découpe la pièce en deux rectangles : 6 m sur 3 m en bas, et 4 m sur $5 - 3 = 2$ m en haut.

$$A = 6 \times 3 + 4 \times 2 = 18 + 8 = 26 \text{ m}^2$$

Prix : $26 \times 32 = 832$ €.

Contrôle par enlèvement : $6 \times 5 - 2 \times 2 = 30 - 4 = 26$ m².

Réponse. 832 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 9 – Le gazon et le bassin

a) On enlève le bassin au jardin :

$$A = 20 \times 15 - 4 \times 4 = 300 - 16 = 284 \text{ m}^2$$

b) $284 \div 40 = 7{,}1$. Sept sacs couvrent 280 m² : ce n’est pas assez. Il faut acheter 8 sacs.

Rappel. Pour une quantité à acheter, on arrondit toujours au-dessus, même si la partie décimale est petite.

Réponse. a) 284 m² · b) 8 sacs.

Correction de l’exercice 10 – Repeindre une chambre

a) Deux murs mesurent 4 m sur 2,5 m, deux autres 3 m sur 2,5 m.

$$A_{\text{murs}} = 2 \times 4 \times 2{,}5 + 2 \times 3 \times 2{,}5 = 20 + 15 = 35 \text{ m}^2$$

— Porte : $0{,}9 \times 2 = 1{,}8$ m² ; fenêtre : $1{,}2 \times 1 = 1{,}2$ m².
— À peindre : $35 - 1{,}8 - 1{,}2 = 32$ m².

b) $32 \div 8 = 4$ L de peinture. Un pot contient 2,5 L : un pot ne suffit pas, deux pots font 5 L. Il faut 2 pots.

Réponse. a) 32 m² · b) 2 pots.

Correction de l’exercice 11 – La croix

Aire : cinq carrés de 3 cm de côté.

$$A = 5 \times 3 \times 3 = 45 \text{ cm}^2$$

Périmètre : on compte les côtés du contour. Chacun des quatre carrés extérieurs apporte 3 côtés au contour (le quatrième est collé au carré central), et le carré central n’en apporte aucun : $4 \times 3 = 12$ côtés de 3 cm.

— $P = 12 \times 3 = 36$ cm.

Réponse. 45 cm² et 36 cm.

Correction de l’exercice 12 – Un damier

a) Le côté mesure $8 \times 4 = 32$ cm, donc l’aire du damier vaut

$$32 \times 32 = 1024 \text{ cm}^2$$

b) Il y a $8 \times 8 = 64$ cases, dont la moitié sont noires : 32 cases de $4 \times 4 = 16$ cm². L’aire des cases noires vaut $32 \times 16 = 512$ cm², exactement la moitié de l’aire du damier.

Réponse. a) 32 cm et 1024 cm² — b) 512 cm².

Correction de l’exercice 13 – Découper des étiquettes

a) Dans la longueur : $30 \div 7$ donne 4 étiquettes (28 cm, il reste 2 cm). Dans la largeur : $20 \div 4 = 5$ rangées. On découpe $4 \times 5 = 20$ étiquettes.

b) Les étiquettes couvrent $20 \times 7 \times 4 = 560$ cm², et la plaque mesure $30 \times 20 = 600$ cm² :

$$600 - 560 = 40 \text{ cm}^2$$

La chute est une bande de 2 cm sur 20 cm, soit bien 40 cm².

Réponse. a) 20 étiquettes — b) 40 cm² de chutes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – La moquette

On enlève l’emplacement du placard à la chambre :

$$A = 4 \times 3 - 1 \times 0{,}6 = 12 - 0{,}6 = 11{,}4 \text{ m}^2$$

Prix : $11{,}4 \times 18 = 205{,}2$ €, soit 205,20 €.

Contrôle : $11 \times 18 = 198$ et $12 \times 18 = 216$; 205,20 € est bien entre les deux.

Réponse. 205,20 €.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : vrai ou faux

a) **Faux.** Un carré de 2 cm de côté a une aire de 4 cm² ; celui de 4 cm, une aire de 16 cm² : l’aire est multipliée par 4.

b) **Faux.** Les rectangles de 1×12 et de 3×4 ont tous deux une aire de 12 cm², mais des périmètres de 26 cm et 14 cm.

c) **Vrai.** Les deux côtés retirés au coin sont remplacés par deux côtés de même longueur.

d) **Faux.** 1 m = 100 cm, donc

$$1 \text{ m}^2 = 100 \times 100 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

Réponse. a) faux — b) faux — c) vrai — d) faux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).