

Plaquette 1 – Formules, conversions et figures composées

Aires et périmètres — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Formules du cours.

- **Périmètre** : c'est la longueur du contour.
- Rectangle : $P = 2 \times (L + \ell)$ · Carré : $P = 4 \times c$ · Cercle : $P = 2\pi r = \pi d$.
- **Aire** : c'est la mesure de la surface. Les deux formules à connaître par cœur :

$$A_{\text{rectangle}} = L \times \ell \quad A_{\text{triangle}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

- Rectangle : $A = L \times \ell$ · Carré : $A = c \times c = c^2$.
- Triangle : $A = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$ · Disque : $A = \pi r^2$.
- Parallélogramme : $A = \text{base} \times \text{hauteur}$.
- **Unités de longueur** : 1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm ; 1 km = 1 000 m.
- **Unités d'aire** : 1 m² = 100 dm² = 10 000 cm² (chaque changement d'unité de longueur correspond à un facteur 100 pour les aires).
- 1 ha = 10 000 m² et 1 a = 100 m².
- **Figure composée** : on la découpe en figures simples, on calcule chaque aire, puis on **additionne** (ou on **soustrait** si l'on enlève une partie).
- Valeur de π : on garde π dans la valeur exacte, puis on prend $\pi \approx 3,14$ pour l'arrondi.

Correction de l'exercice 1 – Périmètre et aire d'un rectangle

On applique les deux formules du cours, en soignant les unités.

$$P = 2 \times (L + \ell) \quad A = L \times \ell$$

- Périmètre : $P = 2 \times (8 + 5) = 2 \times 13 = 26 \text{ cm}$.
- Aire : $A = 8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2$.
- **Attention** : un périmètre s'exprime en cm, une aire en cm². Ce sont deux grandeurs différentes.

Réponse. $P = 26 \text{ cm}$ et $A = 40 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 2 – Périmètre et aire d'un carré

a) Pour un carré de côté c :

$$P = 4 \times c \quad A = c \times c$$

- Périmètre : $P = 4 \times 7 = 28 \text{ cm}$.
 - Aire : $A = 7 \times 7 = 49 \text{ cm}^2$.
- b) Nouveau côté : 14 cm, donc nouvelle aire : $14 \times 14 = 196 \text{ cm}^2$.

- Rapport : $\frac{196}{49} = 4$: l'aire est multipliée par 4 (et non par 2).
- Explication : les deux dimensions doublent, donc l'aire est multipliée par $2 \times 2 = 4$. Le périmètre, lui, double seulement.

Réponse. a) 28 cm et 49 cm² · b) l'aire est multipliée par 4.

Correction de l'exercice 3 – Aire d'un triangle

Formule du cours : $A = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$.

- Premier triangle : $A = \frac{12 \times 5}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}^2$.
- Second : dans un triangle rectangle, les deux côtés de l'angle droit jouent le rôle de base et de hauteur.

$$A = \frac{6 \times 9}{2} = 27 \text{ cm}^2$$

- **Piège.** On n'oublie jamais de diviser par 2 : c'est l'erreur la plus fréquente du chapitre.

Réponse. 30 cm^2 et 27 cm^2 .

Correction de l'exercice 4 – Cercle et disque

Les deux formules du cercle et du disque :

$$P = 2 \times \pi \times r \quad A = \pi \times r \times r$$

- a) $P = 2\pi \times 5 = 10\pi \text{ cm}$.
- Valeur approchée : $10 \times 3,14 = 31,4 \text{ cm}$.
- b) Formule : $A = \pi r^2 = \pi \times 25 = 25\pi \text{ cm}^2$.
- Valeur approchée : $25 \times 3,14 = 78,5 \text{ cm}^2$.
- **Attention** : dans l'aire, c'est le **rayon** qui est élevé au carré, pas le diamètre.

Réponse. a) $10\pi \approx 31,4 \text{ cm}$ · b) $25\pi \approx 78,5 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 5 – Du diamètre au rayon

- a) Le rayon est la moitié du diamètre : $r = \frac{70}{2} = 35 \text{ cm}$.
- b) $P = \pi d = 3,14 \times 70 = 219,8$, soit environ 220 cm .
- c) En un tour, la roue avance de sa circonférence : $10 \times 219,8 = 2\,198 \text{ cm}$, soit environ 22 m .
- Contrôle : $2\,198 \text{ cm} = 21,98 \text{ m}$. Cohérent.

Réponse. a) 35 cm · b) $\approx 220 \text{ cm}$ · c) environ 22 m .

Correction de l'exercice 6 – Conversions d'aires

Règle du cours : un mètre carré est un carré de 100 cm de côté, donc

$$1 \text{ m}^2 = 100 \times 100 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

- a) $3 \times 10\,000 = 30\,000 \text{ cm}^2$.
- b) $25\,000 \div 10\,000 = 2,5 \text{ m}^2$.
- c) $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$, donc $2 \text{ ha} = 20\,000 \text{ m}^2$.
- **Piège classique** : pour les aires, le facteur entre deux unités consécutives est 100, pas 10.

Réponse. a) $30\,000 \text{ cm}^2$ · b) $2,5 \text{ m}^2$ · c) $20\,000 \text{ m}^2$.

Correction de l'exercice 7 – Aire d'un parallélogramme

Formule du cours : $A = \text{base} \times \text{hauteur} = 9 \times 4 = 36 \text{ cm}^2$.

- Le rectangle de 9 cm sur 4 cm a la même aire : 36 cm^2 .

- Explication : on peut découper un triangle d'un côté du parallélogramme et le recoller de l'autre pour obtenir exactement le rectangle.
- **Attention** : la hauteur n'est pas le côté oblique ! Elle est mesurée **perpendiculairement** à la base.

Réponse. 36 cm^2 , la même aire que le rectangle.

Correction de l'exercice 8 - Figure composée : addition

On découpe la figure en deux figures simples, on calcule chaque aire, puis on **additionne** :

$$A_{\text{totale}} = A_{\text{rectangle}} + A_{\text{triangle}}$$

- Rectangle : $10 \times 6 = 60 \text{ cm}^2$.
- Triangle : $\frac{10 \times 4}{2} = 20 \text{ cm}^2$.
- Aire totale : $60 + 20 = 80 \text{ cm}^2$.
- Contrôle de vraisemblance : l'aire doit être supérieure à celle du rectangle seul (60 cm^2) et inférieure à celle du rectangle de 10×10 (100 cm^2). C'est le cas.

Réponse. 80 cm^2 .

Correction de l'exercice 9 - Figure composée : soustraction

On soustrait l'aire découpée à l'aire totale :

$$A_{\text{restante}} = A_{\text{carré}} - A_{\text{disque}}$$

- Aire du carré : $12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$.
- Aire du disque : $\pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$.
- Aire restante : $144 - 9\pi \text{ cm}^2$ (valeur exacte).
- Valeur approchée : $9 \times 3,14 = 28,26$, donc $144 - 28,26 = 115,74 \approx 115,7 \text{ cm}^2$.

Réponse. $144 - 9\pi \approx 115,7 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 10 - Retrouver une dimension

a) On utilise $A = L \times \ell$ « à l'envers » :

- $\ell = \frac{48}{8} = 6 \text{ cm}$.
- Contrôle : $8 \times 6 = 48 \text{ cm}^2$. Correct.

b) On part de $P = 2(L + \ell)$:

- $2(L + 6) = 30$, donc $L + 6 = 15$ et $L = 9 \text{ cm}$.
- Contrôle : $2(9 + 6) = 30 \text{ cm}$. Correct.

Réponse. a) 6 cm · b) 9 cm .

Correction de l'exercice 11 - Problème : peinture d'un mur

- a) Aire du mur : $4 \times 2,5 = 10 \text{ m}^2$.
- Aire de la fenêtre : $1,2 \times 1,2 = 1,44 \text{ m}^2$.
- Aire à peindre : $10 - 1,44 = 8,56 \text{ m}^2$.
- b) $8,56 \div 4 = 2,14$: deux pots ne suffisent pas (8 m^2 seulement).
- Il faut donc acheter 3 **pots** (on arrondit toujours au supérieur pour une quantité de matériau).

Réponse. a) $8,56 \text{ m}^2$ · b) 3 pots.

Correction de l'exercice 12 - Compter les carreaux

a) On compte les carreaux coloriés, ligne par ligne : $3 + 4 + 2 + 2 = 11$ carreaux. Un carreau a pour aire $1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$, donc :

$$A = 11 \times 1 \text{ cm}^2 = 11 \text{ cm}^2$$

b) Le quadrillage entier est un rectangle de 6 cm sur 4 cm : $6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$. Partie non coloriée : $24 - 11 = 13 \text{ cm}^2$.

Réponse. a) 11 carreaux, soit 11 cm^2 · b) 13 cm^2 .

Correction de l'exercice 13 - Même aire, périmètres différents

a) On applique la formule de l'aire :

$$A = L \times \ell$$

— Rectangle 1 : $12 \times 2 = 24 \text{ cm}^2$. Rectangle 2 : $6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$. Les aires sont **égales**.

b) Périmètres : $2 \times (12 + 2) = 28 \text{ cm}$ et $2 \times (6 + 4) = 20 \text{ cm}$.

Deux figures de même aire peuvent avoir des périmètres différents : aire et périmètre ne varient pas ensemble.

Réponse. a) 24 cm^2 chacun · b) 28 cm et 20 cm.

Correction de l'exercice 14 - Le tour de la piste

Un tour se compose de deux lignes droites et de deux demi-cercles. Deux demi-cercles de même diamètre forment **un cercle entier** :

$$P_{\text{cercle}} = \pi \times d$$

— Lignes droites : $2 \times 80 = 160 \text{ m}$.

— Cercle : $\pi \times 60 \approx 3,14 \times 60 = 188,4 \text{ m}$.

— Tour de piste : $160 + 188,4 = 348,4 \text{ m}$, soit environ 348 m.

Réponse. Environ 348 m.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : comparer deux terrains

a) Aire de A : $30 \times 20 = 600 \text{ m}^2$.

— Aire de B : $25 \times 25 = 625 \text{ m}^2$.

— Le terrain **B** a la plus grande aire ($625 > 600$).

b) Périmètre de A : $2(30 + 20) = 100 \text{ m}$.

— Périmètre de B : $4 \times 25 = 100 \text{ m}$.

— Les deux périmètres sont **égaux**.

c) Même longueur de clôture (100 m), mais le terrain B offre 25 m^2 de plus.

— **À retenir** : à périmètre égal, c'est le carré qui donne la **plus grande aire**. Deux figures de même périmètre n'ont pas forcément la même aire.

Réponse. a) B est plus grand (625 contre 600 m^2) · b) périmètres égaux (100 m) · c) même clôture, mais B offre plus de surface.