Plaquette 1 – Formules, conversions et figures composées

Aires et périmètres — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Périmètre : c'est la longueur du contour.

— Rectangle : $P = 2 \times (L + \ell)$; carré : $P = 4 \times c$.

— Cercle : le périmètre est proportionnel au diamètre,

$$P = \pi \times d = 2 \times \pi \times r \qquad \text{avec } \pi \approx 3{,}14$$

Aire : c'est la mesure de la surface.

— Rectangle : $A = L \times \ell$; carré : $A = c \times c$.

— Sur un quadrillage de 1 cm, on compte les carreaux de 1 cm².

— On peut comparer deux aires sans les mesurer, en découpant et en recollant.

Unités. 1 m = 10 dm = 100 cm ; 1 m² = 100 dm² et 1 dm² = 100 cm².

Figure composée : on la découpe en rectangles, on calcule chaque aire, puis on **additionne** (ou on **soustrait** une partie enlevée).

Correction de l'exercice 1 – Périmètre et aire d'un rectangle

On applique les deux formules du cours, en soignant les unités.

$$P = 2 \times (L + \ell) \qquad A = L \times \ell$$

— Périmètre : $P = 2 \times (8 + 5) = 2 \times 13 = 26$ cm.

— Aire : $A = 8 \times 5 = 40$ cm².

— **Attention** : un périmètre s'exprime en cm, une aire en cm². Ce sont deux grandeurs différentes.

Réponse. $P = 26$ cm et $A = 40$ cm².

Correction de l'exercice 2 – Périmètre et aire d'un carré

a) Pour un carré de côté c :

$$P = 4 \times c \qquad A = c \times c$$

— Périmètre : $P = 4 \times 7 = 28$ cm.

— Aire : $A = 7 \times 7 = 49$ cm².

b) Nouveau côté : 14 cm, donc nouvelle aire : $14 \times 14 = 196$ cm².

— Rapport : $\dfrac{196}{49} = 4$: l'aire est multipliée par 4 (et non par 2).

— Explication : les deux dimensions doublent, donc l'aire est multipliée par $2 \times 2 = 4$. Le périmètre, lui, double seulement.

Réponse. a) 28 cm et 49 cm² · b) l'aire est multipliée par 4.

Correction de l'exercice 3 – Une figure en L

Aire. On découpe la figure en deux rectangles : le bas mesure 5 cm sur 2 cm, le haut 2 cm sur 2 cm.

$$A = 5 \times 2 + 2 \times 2 = 10 + 4 = 14 \text{ cm}^2$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

On retrouve ce résultat en comptant les 14 carreaux.

Périmètre. On fait le tour en additionnant les côtés : $5 + 2 + 3 + 2 + 2 + 4 = 18$ cm. Le côté de 3 cm est la partie horizontale du « marche », entre $x = 2$ et $x = 5$.

Réponse. 14 cm² et 18 cm.

Correction de l'exercice 4 – Le périmètre d'un cercle

a) Le diamètre vaut $2 \times 5 = 10$ cm, donc

$$P = \pi \times 10 = 10\pi \approx 10 \times 3{,}14 = 31{,}4 \text{ cm}$$

b) $P = \pi \times 8 = 8\pi \approx 25{,}1$ cm.

c) Le périmètre est **proportionnel** au diamètre : si le diamètre double, le périmètre double aussi. Un cercle de diamètre 20 cm a un périmètre de $20\pi \approx 62{,}8$ cm, le double de 31,4 cm.

Réponse. a) $10\pi \approx 31{,}4$ cm — b) $8\pi \approx 25{,}1$ cm — c) il double.

Correction de l'exercice 5 – Du diamètre au rayon

— a) Le rayon est la moitié du diamètre : $r = \dfrac{70}{2} = 35$ cm.
— b) $P = \pi d = 3{,}14 \times 70 = 219{,}8$, soit environ 220 cm.
— c) En un tour, la roue avance de sa circonférence : $10 \times 219{,}8 = 2\,198$ cm, soit environ 22 m.
— Contrôle : 2 198 cm = 21,98 m. Cohérent.

Réponse. a) 35 cm · b) ≈ 220 cm · c) environ 22 m.

Correction de l'exercice 6 – Conversions d'aires

Règle du cours : un mètre carré est un carré de 100 cm de côté, donc

$$1 \text{ m}^2 = 100 \times 100 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

— a) $3 \times 10\,000 = 30\,000$ cm².
— b) $25\,000 \div 10\,000 = 2{,}5$ m².
— c) 1 ha = 10 000 m², donc 2 ha = 20 000 m².
— **Piège classique** : pour les aires, le facteur entre deux unités consécutives est 100, pas 10.

Réponse. a) 30 000 cm² · b) 2,5 m² · c) 20 000 m².

Correction de l'exercice 7 – Découper et recoller

Le triangle découpé à gauche a exactement la forme du « vide » de droite : en le déplaçant, on comble ce vide sans rien ajouter ni retirer. On obtient un rectangle de 9 cm de long et 4 cm de haut.

Découper et recoller ne change pas l'aire, donc

$$A = 9 \times 4 = 36 \text{ cm}^2$$

On compare ainsi deux aires sans les mesurer. Le périmètre, lui, change : les côtés obliques sont plus longs que 4 cm.

Réponse. Un rectangle de 9 cm sur 4 cm ; aire 36 cm².

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 8 – Figure composée : addition

On découpe la figure en deux rectangles, on calcule chaque aire, puis on **additionne** :

$$A = 10 \times 6 + 4 \times 3 = 60 + 12 = 72 \text{ cm}^2$$

Pour le périmètre, on fait le tour de la figure : $10 + 6 + 6 + 3 + 4 + 9 = 38$ cm. Le côté de 6 cm en haut à droite vaut $10 - 4$, et le côté gauche $6 + 3 = 9$ cm.

On ne compte pas le côté commun aux deux rectangles : il est à l'intérieur de la figure.

Réponse. 72 cm² et 38 cm.

Correction de l'exercice 9 – Figure composée : soustraction

On soustrait l'aire découpée à l'aire totale :

$$A_{\text{cadre}} = A_{\text{grand carré}} - A_{\text{ouverture}}$$

— Grand carré : $12 \times 12 = 144$ cm².
— Ouverture : $8 \times 8 = 64$ cm².
— Cadre : $144 - 64 = 80$ cm².

Contrôle : la bordure a une largeur de $\dfrac{12 - 8}{2} = 2$ cm, et le cadre se découpe en 4 rectangles de 10 cm sur 2 cm, soit $4 \times 20 = 80$ cm².

Réponse. 80 cm².

Correction de l'exercice 10 – Retrouver une dimension

a) On utilise $A = L \times \ell$ « à l'envers » :

— $\ell = \dfrac{48}{8} = 6$ cm.
— Contrôle : $8 \times 6 = 48$ cm². Correct.

b) On part de $P = 2(L + \ell)$:

— $2(L + 6) = 30$, donc $L + 6 = 15$ et $L = 9$ cm.
— Contrôle : $2(9 + 6) = 30$ cm. Correct.

Réponse. a) 6 cm · b) 9 cm.

Correction de l'exercice 11 – Problème : peinture d'un mur

a) Aire du mur : $4 \times 2{,}5 = 10$ m².

— Aire de la fenêtre : $1{,}2 \times 1{,}2 = 1{,}44$ m².
— Aire à peindre : $10 - 1{,}44 = 8{,}56$ m².

b) $8{,}56 \div 4 = 2{,}14$: deux pots ne suffisent pas (8 m² seulement).

— Il faut donc acheter 3 **pots** (on arrondit toujours au supérieur pour une quantité de matériau).

Réponse. a) 8,56 m² · b) 3 pots.

Correction de l'exercice 12 – Compter les carreaux

a) On compte les carreaux coloriés, ligne par ligne : $3 + 4 + 2 + 2 = 11$ carreaux. Un carreau a pour aire $1 \times 1 = 1$ cm², donc :

$$A = 11 \times 1 \text{ cm}^2 = 11 \text{ cm}^2$$

b) Le quadrillage entier est un rectangle de 6 cm sur 4 cm : $6 \times 4 = 24$ cm². Partie non

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

coloriée : $24 - 11 = 13$ cm².

Réponse. a) 11 carreaux, soit 11 cm² · b) 13 cm².

Correction de l'exercice 13 – Même aire, périmètres différents

a) On applique la formule de l'aire :

$$A = L \times \ell$$

— Rectangle 1 : $12 \times 2 = 24$ cm². Rectangle 2 : $6 \times 4 = 24$ cm². Les aires sont **égales**.

b) Périmètres : $2 \times (12 + 2) = 28$ cm et $2 \times (6 + 4) = 20$ cm.

Deux figures de même aire peuvent avoir des périmètres différents : aire et périmètre ne varient pas ensemble.

Réponse. a) 24 cm² chacun · b) 28 cm et 20 cm.

Correction de l'exercice 14 – Le tour de la piste

Un tour se compose de deux lignes droites et de deux demi-cercles. Deux demi-cercles de même diamètre forment **un cercle entier** :

$$P_{\text{cercle}} = \pi \times d$$

— Lignes droites : $2 \times 80 = 160$ m.
— Cercle : $\pi \times 60 \approx 3{,}14 \times 60 = 188{,}4$ m.
— Tour de piste : $160 + 188{,}4 = 348{,}4$ m, soit environ 348 m.

Réponse. Environ 348 m.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : comparer deux terrains

a) Aire de A : $30 \times 20 = 600$ m².

— Aire de B : $25 \times 25 = 625$ m².
— Le terrain **B** a la plus grande aire ($625 > 600$).

b) Périmètre de A : $2(30 + 20) = 100$ m.

— Périmètre de B : $4 \times 25 = 100$ m.
— Les deux périmètres sont **égaux**.

c) Même longueur de clôture (100 m), mais le terrain B offre 25 m² de plus.

— **À retenir** : à périmètre égal, c'est le carré qui donne la **plus grande aire**. Deux figures de même périmètre n'ont pas forcément la même aire.

Réponse. a) B est plus grand (625 contre 600 m²) · b) périmètres égaux (100 m) · c) même clôture, mais B offre plus de surface.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).