MATHÉMATIQUES

Aires et périmètres

Sixième

Périmètre • Carré • Rectangle • Périmètre du disque • π
Aire • Quadrillage • cm^2, dm^2, m^2 • Figures composées

Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques du cycle 3** (arrêté du 10 avril 2025, BO n°16 du 17 avril 2025, applicable en sixième depuis la rentrée 2025), domaine « Grandeurs et mesures », parties « Les longueurs » et « Les aires » (sixième). Il couvre :

- périmètre d'une figure, du carré et du rectangle ; périmètre du disque, proportionnel à son diamètre ; figures composées ;
- comparer des aires par superposition ou découpage et recollement ; aire sur un quadrillage ;
- unités d'aire cm^2, dm^2, m^2 et conversions ;
- formules de l'aire du carré et du rectangle.

L'aire du triangle et l'aire du disque seront étudiées au cycle 4.

Objectif : calculer des périmètres (carré, rectangle, disque, figures composées) et des aires (carré, rectangle, surfaces sur quadrillage), et convertir des unités d'aire.

Document pédagogique – mathlvl.fr

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Table des matières

1 Le périmètre **3**

2 Le périmètre du disque **4**

3 L'aire **4**

4 Aire du carré et du rectangle **5**

5 Conversions d'unités d'aire **6**

6 Périmètre et aire : deux grandeurs différentes **6**

7 Erreurs classiques **6**

8 Fiche de synthèse **6**

9 Exercices d'application **7**

10 Corrigés des exercices **7**

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Le périmètre

Périmètre

Le **périmètre** d'une figure est la **longueur de son contour**. Il s'exprime en unités de longueur (mm, cm, m, km…).

Carré et rectangle

— Carré de côté c : $\mathcal{P} = 4 \times c$.

— Rectangle de longueur L et de largeur ℓ : $\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$.

Un rectangle de 7 cm sur 4 cm a pour périmètre $2 \times (7 + 4) = 22$ cm. Un carré de côté 5 cm a pour périmètre $4 \times 5 = 20$ cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Le périmètre du disque

Proportionnel au diamètre

Le périmètre d'un disque (on dit aussi « périmètre du cercle ») est **proportionnel à son diamètre** : on l'obtient en multipliant le diamètre par un nombre toujours le même, noté π (« pi »), qui vaut environ 3,14.

$$\boxed{\mathcal{P} = \pi \times d = 2 \times \pi \times r}$$

où d est le diamètre et r le rayon ($d = 2 \times r$).

— Un disque de diamètre 10 cm : $\mathcal{P} = \pi \times 10 \approx 31{,}4$ cm.

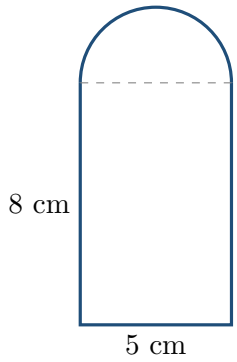
— Un disque de rayon 3 cm : $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times 3 = 6 \times \pi \approx 18{,}8$ cm.

Figure composée

On repère les morceaux du contour (segments, demi-cercles…), on calcule chaque longueur, puis on les additionne. On ne compte pas les segments qui sont à l'intérieur de la figure.

Une porte

Une figure est formée d'un rectangle de 8 cm de haut et 5 cm de large, surmonté d'un demi-disque de diamètre 5 cm. Contour : trois côtés du rectangle, $8+5+8 = 21$ cm, et un demi-cercle, $\frac{\pi \times 5}{2} \approx 7{,}85$ cm. Périmètre : environ 28,85 cm.



Le segment en pointillé n'appartient pas au contour.

3. L'aire

Aire

L'**aire** d'une surface mesure la place qu'elle occupe. On peut comparer deux aires sans mesurer, par **superposition** ou en **découpant et recollant**.

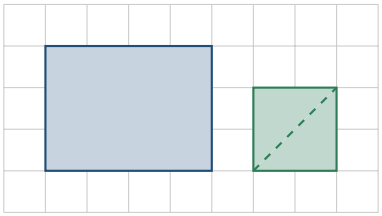
Unités d'aire

Le centimètre carré (cm^2) est l'aire d'un carré de 1 cm de côté ; de même, 1 dm^2 et 1 m^2 sont les aires de carrés de 1 dm et de 1 m de côté.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Aire sur un quadrillage

Sur un quadrillage de carreaux de 1 cm de côté, on compte les carreaux entiers ; deux demi-carreaux font un carreau.



Le rectangle bleu couvre $4 \times 3 = 12$ carreaux : 12 cm^2. Le carré vert est formé de deux moitiés : 4 cm^2.

4. Aire du carré et du rectangle

Formules

— Carré de côté c : $\mathcal{A} = c \times c$.

— Rectangle de longueur L et de largeur ℓ : $\mathcal{A} = L \times \ell$.

Les deux longueurs doivent être exprimées dans la **même unité** ; si elles sont en cm, l'aire est en cm^2.

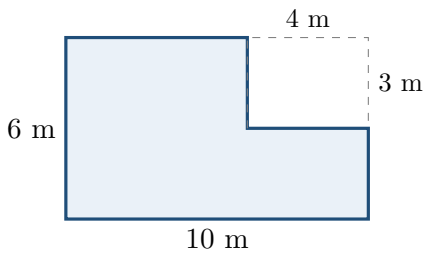
Rectangle de 7 cm sur 4 cm : $\mathcal{A} = 7 \times 4 = 28$ cm^2. Carré de côté 5 cm : $\mathcal{A} = 5 \times 5 = 25$ cm^2. Rectangle de 2 m sur 50 cm : 2 m = 200 cm, donc $\mathcal{A} = 200 \times 50 = 10\,000$ cm^2 $= 1$ m^2.

Aire d'une figure composée

On découpe la figure en rectangles (ou on retire un rectangle d'un plus grand), puis on additionne (ou on soustrait) les aires.

Une pièce en L

Un rectangle de 10 m sur 6 m auquel on a retiré, dans un coin, un rectangle de 4 m sur 3 m : $\mathcal{A} = 10 \times 6 - 4 \times 3 = 60 - 12 = 48$ m^2.



On retire le rectangle en pointillé.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

5. Conversions d'unités d'aire

De 100 en 100

1 $\text{m}^2 = 10$ dm $\times 10$ dm $= 100$ dm^2 et 1 $\text{dm}^2 = 10$ cm $\times 10$ cm $= 100$ cm^2. Donc 1 $\text{cm}^2 = 0{,}01$ dm^2 et 1 $\text{dm}^2 = 0{,}01$ m^2.

$3\ \text{m}^2 = 300\ \text{dm}^2 = 30\,000\ \text{cm}^2$; $450\ \text{cm}^2 = 4{,}5\ \text{dm}^2$; $75\ \text{dm}^2 = 0{,}75\ \text{m}^2$.

Pas de 10 en 10

Pour les aires, on multiplie par 100 (et non par 10) à chaque unité : $1\ \text{m}^2 \neq 10\ \text{dm}^2$.

6. Périmètre et aire : deux grandeurs différentes

Même périmètre, aires différentes

Un rectangle de 6 cm sur 4 cm et un rectangle de 9 cm sur 1 cm ont le même périmètre, 20 cm, mais des aires différentes : 24 cm^2 et 9 cm^2.

7. Erreurs classiques

À éviter

- Confondre périmètre (une longueur, en cm) et aire (en cm^2).
- Calculer avec des longueurs dans des unités différentes.
- Utiliser le rayon à la place du diamètre : $\mathcal{P} = \pi \times d = 2 \times \pi \times r$.
- Compter dans le périmètre un segment intérieur à la figure.

8. Fiche de synthèse

Périmètre	longueur du contour ; carré $4 \times c$; rectangle $2 \times (L + \ell)$
Disque	$\mathcal{P} = \pi \times d = 2 \times \pi \times r$, avec $\pi \approx 3{,}14$
Aire	carré $c \times c$; rectangle $L \times \ell$ (même unité)
Quadrillage	compter les carreaux de 1 cm^2
Conversions	$1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2$; $1\ \text{dm}^2 = 100\ \text{cm}^2$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

9. Exercices d'application

Exercice 1 – Rectangle

Un jardin rectangulaire mesure 12 m sur 7 m. Calculer la longueur de grillage pour en faire le tour, puis son aire.

Exercice 2 – Disque

Calculer le périmètre d'une roue de vélo de 70 cm de diamètre, puis la distance parcourue quand la roue fait 100 tours (en m).

Exercice 3 – Conversions

Convertir : a) 5 m^2 en dm^2 ; b) 2 500 cm^2 en dm^2 ; c) 0,4 m^2 en cm^2.

Exercice 4 – Figure composée

Une salle a la forme d'un rectangle de 8 m sur 5 m auquel on ajoute un carré de 3 m de côté le long d'un des grands côtés. Calculer son aire.

10. Corrigés des exercices

Corrigé de l'exercice 1

Corrigé. Périmètre : $2 \times (12 + 7) = 38$ m de grillage. Aire : $12 \times 7 = 84$ m^2.

Corrigé de l'exercice 2

Corrigé. $\mathcal{P} = \pi \times 70 \approx 219{,}9$ cm. En 100 tours : environ $100 \times 219{,}9 = 21\,990$ cm, soit environ 220 m.

Corrigé de l'exercice 3

Corrigé. a) 5 $\text{m}^2 = 500$ dm^2. b) 2 500 $\text{cm}^2 = 25$ dm^2. c) 0,4 $\text{m}^2 = 40$ $\text{dm}^2 = 4\,000$ cm^2.

Corrigé de l'exercice 4

Corrigé. $8 \times 5 + 3 \times 3 = 40 + 9 = 49$ m^2.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).