

Plaquette 2 – Droites parallèles et perpendiculaires

Figures planes — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Droites parallèles et perpendiculaires.

- $A \in (d)$: le point A **appartient** à la droite (d) ; $A \notin (d)$: il n'y appartient pas. Des points sur une même droite sont **alignés**.
- $(d_1) \perp (d_2)$: droites **perpendiculaires** (elles se coupent en formant un angle droit). $(d_1) \parallel (d_2)$: droites **parallèles** (elles ne se coupent jamais). Deux droites qui se coupent sont **sécantes**.
- **Propriété 1** : si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, elles sont parallèles entre elles.

$$(d_1) \perp (d) \text{ et } (d_2) \perp (d) \quad \text{donc} \quad (d_1) \parallel (d_2)$$

- **Propriété 2** : si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

$$(d_1) \parallel (d_2) \text{ et } (d) \perp (d_1) \quad \text{donc} \quad (d) \perp (d_2)$$

- **Propriété 3** : si deux droites sont parallèles à une même troisième, elles sont parallèles entre elles.
- **Distance d'un point à une droite** : longueur du segment perpendiculaire $[AH]$, où H est le pied de la perpendiculaire. C'est le plus court chemin de A à la droite.
- Rédaction d'une justification : **on sait que** ... ; **or** (propriété) ... ; **donc** ...

Correction de l'exercice 1 – Notations et alignement

a) Les points A , B et C sont sur la même droite : ils sont **alignés**. D n'est pas sur cette droite.

b) On utilise les symboles d'appartenance :

$$C \in (AB) \quad D \notin (AB) \quad B \in [AC]$$

B est bien sur le segment $[AC]$, car il est entre A et C .

c) Le trait a deux extrémités, B et D : c'est le **segment** $[BD]$ (et non la droite (BD) , qui serait illimitée).

Réponse. a) A, B, C · b) $\in$; $\notin$; $\in$ · c) le segment $[BD]$.

Correction de l'exercice 2 – Deux perpendiculaires à la même droite

On rédige en trois temps : ce que l'on sait, la propriété, la conclusion.

- **On sait que** $(d_1) \perp (d)$ et $(d_2) \perp (d)$.
- **Or** si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, elles sont parallèles entre elles.
- **Donc** :

$$(d_1) \parallel (d_2)$$

On ne « voit » pas le parallélisme : on le **démontre** avec les angles droits codés.

Réponse. $(d_1) \parallel (d_2)$.

Correction de l'exercice 3 – Une perpendiculaire à deux parallèles

- **On sait que** $(d_1) \parallel (d_2)$ et $(d) \perp (d_1)$.
- **Or** si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
- **Donc** :

$$(d) \perp (d_2)$$

L'angle entre (d) et (d_2) n'est pas codé sur la figure, mais la propriété garantit qu'il est droit.

Réponse. $(d) \perp (d_2)$.

Correction de l'exercice 4 – Deux étapes de raisonnement

On enchaîne deux propriétés.

Étape 1.

- On sait que $(d_1) \parallel (d_2)$ et $(d_2) \parallel (d_3)$.
- Or deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.
- Donc $(d_1) \parallel (d_3)$.

Étape 2.

- On sait que $(d_1) \parallel (d_3)$ et $(d_4) \perp (d_3)$.
- Or si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
- Donc :

$$(d_4) \perp (d_1)$$

Réponse. $(d_1) \parallel (d_3)$, puis $(d_4) \perp (d_1)$.

Correction de l'exercice 5 – Les côtés d'un rectangle

Un rectangle a quatre angles droits ; on utilise ceux en B et en C .

- **On sait que** $(AB) \perp (BC)$ (angle droit en B) et $(DC) \perp (BC)$ (angle droit en C).
- **Or** deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles.
- **Donc** :

$$(AB) \parallel (DC)$$

On démontrerait de la même façon que $(AD) \parallel (BC)$: les côtés opposés d'un rectangle sont parallèles.

Réponse. $(AB) \parallel (DC)$, car elles sont toutes deux perpendiculaires à (BC) .

Correction de l'exercice 6 – Le plus court chemin jusqu'à la route

a) Le chemin le plus court d'un point à une droite est le segment **perpendiculaire** à la droite. On trace à l'équerre la perpendiculaire à (d) passant par A : elle coupe (d) en H . L'allée doit arriver en H .

b) La distance de la maison à la route est :

$$\text{distance de } A \text{ à } (d) = AH = 3 \text{ cm (sur le plan)}$$

L'allée $[AK]$ (4 cm) est plus longue : on choisit l'allée $[AH]$.

Réponse. a) au pied H de la perpendiculaire · b) l'allée $[AH]$.

Correction de l'exercice 7 – Tracer une perpendiculaire à l'équerre

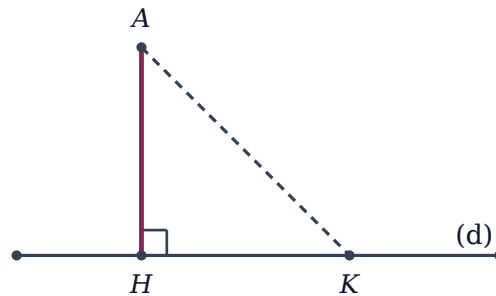
On veut une droite qui passe par A et qui forme un angle droit avec (d) .

- **1.** Placer un côté de l'angle droit de l'équerre le long de la droite (d) .
- **2.** Faire glisser l'équerre le long de (d) jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit passe par A .
- **3.** Tracer le trait le long de ce second côté, et le prolonger à la règle.
- **4.** Nommer H le point d'intersection avec (d) et coder l'angle droit en H .

On obtient la droite (AH) telle que :

$$(AH) \perp (d)$$

Réponse. Équerre le long de (d) , on glisse jusqu'à A , on trace, on code l'angle droit.



Correction de l'exercice 8 – Tracer une parallèle avec l'équerre

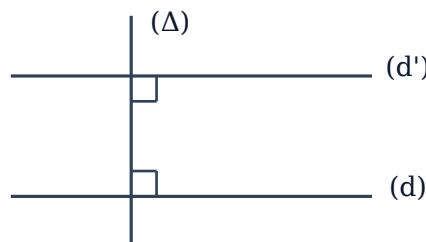
On construit la parallèle en passant par **deux perpendiculaires**.

- **1.** Tracer la droite (Δ) perpendiculaire à (d) passant par A .
- **2.** Tracer la droite (d') perpendiculaire à (Δ) passant par A .

Pourquoi ça marche. On sait que $(d) \perp (\Delta)$ et $(d') \perp (\Delta)$. Or deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles. Donc :

$$(d') \parallel (d)$$

Réponse. Deux perpendiculaires successives ; $(d') \parallel (d)$ par la propriété 1.



La parallèle (d') construite par deux angles droits

Correction de l'exercice 9 – Parallèles ou pas ?

Deux droites parallèles restent toujours à la **même distance** l'une de l'autre. Ici, l'écart change :

$$1 \text{ cm} \neq 0,6 \text{ cm}$$

Les droites se rapprochent vers la droite de la figure : si on les prolongeait, elles

finiraient par se couper. Elles sont **sécantes**, pas parallèles. Léo a tort : deux droites qui ne se coupent pas **sur la feuille** ne sont pas forcément parallèles, car une droite est illimitée.

Réponse. Non : l'écart varie, les droites sont sécantes.

Correction de l'exercice 10 - Classer des positions de droites

a) L'angle droit codé donne $(d_3) \perp (d_1)$. De plus, $(d_1) \parallel (d_2)$; or une perpendiculaire à l'une de deux parallèles est perpendiculaire à l'autre, donc :

$$(d_3) \perp (d_2)$$

b) (d_4) coupe (d_1) sans angle droit codé, et elle n'est visiblement pas perpendiculaire : (d_4) et (d_1) sont sécantes. De même (d_4) et (d_2) , ou (d_4) et (d_3) (qui se coupent en dehors du dessin si on les prolonge).

Réponse. a) $(d_3) \perp (d_1)$ et $(d_3) \perp (d_2)$ · b) par exemple (d_4) et (d_1) .

Correction de l'exercice 11 - Deux points à égale distance

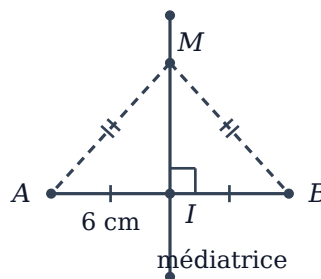
a) On trace le cercle de centre A et de rayon 5 cm, puis le cercle de centre B et de rayon 5 cm. Ils se coupent en **deux points** M et N , un de chaque côté de $[AB]$.

b) M est à la même distance de A et de B :

$$MA = MB = 5 \text{ cm}$$

Or un point à égale distance des extrémités d'un segment est sur sa **médiatrice**. M et N sont donc sur la médiatrice de $[AB]$. C'est d'ailleurs ainsi qu'on trace une médiatrice au compas.

Réponse. a) deux cercles de rayon 5 cm, centrés en A et B · b) sur la médiatrice de $[AB]$.



M est à 5 cm de A et de B

Correction de l'exercice 12 - Du texte aux symboles

On associe à chaque mot du vocabulaire son symbole.

a) « est sur » se dit « appartient à » : $M \in (RS)$.

b) « angle droit » : les droites sont perpendiculaires, et elles se coupent en M :

$$(d) \perp (RS) \quad \text{et} \quad M \in (d)$$

c) « ne coupe jamais » : les droites sont parallèles, $(d') \parallel (RS)$, avec $T \in (d')$.

Sur le schéma, on code l'angle droit en M et on dessine (d') à la même distance de (RS) partout.

Réponse. a) $M \in (RS)$ · b) $(d) \perp (RS)$, $M \in (d)$ · c) $(d') \parallel (RS)$, $T \in (d')$.

Correction de l'exercice 13 - Les rails et les traverses

Ce n'est pas nécessaire : une propriété du cours le garantit.

- On sait que les rails sont parallèles et que la traverse est perpendiculaire au premier rail.
- Or si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
- Donc la traverse est perpendiculaire au second rail :

$$\text{traverse} \perp \text{rail 2}$$

(Sur le terrain, l'ouvrier vérifiera quand même, car de vrais rails ne sont jamais parfaitement parallèles !)

Réponse. Non : la propriété 2 assure la perpendicularité.

Correction de l'exercice 14 - Trois points alignés

Parallélisme.

- On sait que $(AB) \perp (d)$ et $(AC) \perp (d)$.
- Or deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles.
- Donc :

$$(AB) \parallel (AC)$$

Alignement. Deux droites parallèles n'ont aucun point commun... sauf si elles sont confondues. Or (AB) et (AC) ont le point A en commun : elles sont donc **confondues**, c'est la même droite. Les points A , B et C sont sur cette droite : ils sont alignés.

Réponse. $(AB) \parallel (AC)$ et elles passent par A : elles sont confondues, donc A , B , C alignés.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

- a) **Vrai.** Des droites perpendiculaires se coupent (en formant un angle droit) : elles sont sécantes.
- b) **Faux.** Elles peuvent être sécantes sans angle droit, comme deux droites qui se coupent « en biais ».
- c) **Faux.** Deux perpendiculaires à une même droite sont **parallèles** :

$$(d_1) \parallel (d_2)$$

- d) **Vrai.** C'est la longueur AH , où H est le pied de la perpendiculaire : tout autre point de la droite est plus loin de A .

Réponse. a) vrai · b) faux · c) faux $((d_1) \parallel (d_2))$ · d) vrai.