

Plaquette 4 – Quadrilatères particuliers et cercle

Figures planes — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Quadrilatères particuliers.

- **Rectangle** : quatre angles droits. Côtés opposés de même longueur ; diagonales de même longueur qui se coupent en leur milieu.
- **Losange** : quatre côtés de même longueur. Diagonales perpendiculaires qui se coupent en leur milieu.
- **Carré** : à la fois rectangle et losange ; il a toutes leurs propriétés.
- **Parallélogramme** : côtés opposés parallèles et de même longueur ; diagonales qui se coupent en leur milieu.
- **Périmètre** du rectangle et du carré :

$$P_{\text{rectangle}} = 2 \times (L + \ell) \quad P_{\text{carré}} = 4 \times c$$

Cercle de centre O et de rayon r : ensemble des points situés à la distance r de O .

$$d = 2 \times r$$

- Un **diamètre** est une corde qui passe par le centre ; une **corde** relie deux points du cercle.
- Si $OM < r$, M est à l'intérieur du cercle ; si $OM = r$, sur le cercle ; si $OM > r$, à l'extérieur.

Correction de l'exercice 1 - Quatre quadrilatères codés

On traduit les codages de chaque figure.

- **Figure 1** : les quatre côtés portent le même trait, $AB = BC = CD = DA$: c'est un **losange**.
- **Figure 2** : quatre angles droits codés : c'est un **rectangle**.
- **Figure 3** : les côtés opposés portent deux à deux le même codage :

$$IJ = KL \quad JK = LI$$

sans angle droit : c'est un **parallélogramme**.

- **Figure 4** : aucun codage. On ne peut rien affirmer : c'est un quadrilatère **quelconque**, même s'il « ressemble » à autre chose.

Réponse. 1 : losange · 2 : rectangle · 3 : parallélogramme · 4 : quelconque.

Correction de l'exercice 2 - Le tableau des propriétés

On part des définitions, puis on ajoute les propriétés des diagonales. Le carré, qui est à la fois rectangle et losange, cumule tout.

Propriété	Parallélogramme	Rectangle	Losange	Carré
Quatre angles droits	non	oui	non	oui
Quatre côtés égaux	non	non	oui	oui
Diagonales de même milieu	oui	oui	oui	oui
Diagonales de même longueur	non	oui	non	oui
Diagonales perpendiculaires	non	non	oui	oui

La ligne « diagonales de même milieu » est pleine de « oui » : c'est la propriété commune à tous les parallélogrammes, dont les trois autres sont des cas particuliers.

$$\text{carré} = \text{rectangle} + \text{losange}$$

Réponse. Voir le tableau : le carré a toutes les propriétés.

Correction de l'exercice 3 - Les diagonales du rectangle

On utilise les deux propriétés des diagonales d'un rectangle.

— Elles ont la **même longueur** :

$$BD = AC = 7 \text{ cm}$$

— Elles se coupent en leur **milieu** O : $OA = AC \div 2 = 3,5 \text{ cm}$, et $OB = BD \div 2 = 3,5 \text{ cm}$.

Les quatre segments $[OA]$, $[OB]$, $[OC]$, $[OD]$ mesurent tous $3,5 \text{ cm}$: les sommets du rectangle sont sur un cercle de centre O .

Réponse. $BD = 7 \text{ cm}$, $OA = OB = 3,5 \text{ cm}$.

Correction de l'exercice 4 - Le losange

a) Les quatre côtés d'un losange ont la même longueur :

$$P = 4 \times 4,5 = 18 \text{ cm}$$

b) Les diagonales d'un losange sont **perpendiculaires** : elles forment un angle droit, 90° .

c) Les diagonales se coupent en leur **milieu** : $OA = 8 \div 2 = 4 \text{ cm}$.

Réponse. a) 18 cm · b) 90° · c) 4 cm .

Correction de l'exercice 5 - Du périmètre au côté du carré

a) Le carré a quatre côtés égaux :

$$P = 4 \times c \quad \text{donc} \quad c = 26 \div 4 = 6,5 \text{ cm}$$

b) Pour le rectangle, $P = 2 \times (L + \ell)$. La moitié du périmètre donne $L + \ell = 26 \div 2 = 13 \text{ cm}$. Donc $\ell = 13 - 8 = 5 \text{ cm}$.

Contrôle : $2 \times (8 + 5) = 26 \text{ cm}$.

Réponse. a) $6,5 \text{ cm}$ · b) 5 cm .

Correction de l'exercice 6 - Construire un losange par ses diagonales

Les diagonales d'un losange sont **perpendiculaires** et se coupent en leur **milieu** : on les trace d'abord.

— Tracer $[AC]$ de 6 cm et placer son milieu O ($OA = OC = 3 \text{ cm}$).

— Tracer la perpendiculaire à (AC) passant par O .

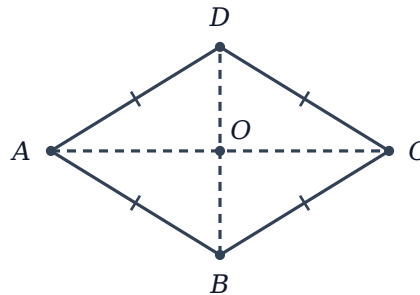
— Placer sur cette droite B et D , de part et d'autre de O , avec :

$$OB = OD = 4 \div 2 = 2 \text{ cm}$$

— Tracer les côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

On obtient un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires : c'est bien un losange.

Réponse. $[AC]$, milieu O , perpendiculaire en O , $OB = OD = 2 \text{ cm}$.



Correction de l'exercice 7 - Vocabulaire du cercle

a) On utilise le vocabulaire du cours.

- $[AB]$ relie deux points du cercle **en passant par le centre** : c'est un **diamètre**.
- $[CD]$ relie deux points du cercle sans passer par le centre : c'est une **corde**.
- $[OC]$ relie le centre à un point du cercle : c'est un **rayon**.

b) Le diamètre vaut le double du rayon :

$$AB = 2 \times OC = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$$

Réponse. a) diamètre, corde, rayon · b) 6 cm.

Correction de l'exercice 8 - Dedans, dessus ou dehors ?

On calcule d'abord le **rayon** : c'est la moitié du diamètre.

$$r = d \div 2 = 10 \div 2 = 5 \text{ cm}$$

Puis on compare chaque distance au rayon.

- $OE = 4 < 5$: E est à l'**intérieur**.
- $OF = 5$: F est **sur** le cercle.
- $OG = 7,5 > 5$ et $OH = 10 > 5$: G et H sont à l'**extérieur**.

Piège. Comparer à 10 cm : H serait alors « sur le cercle », ce qui est faux.

Réponse. E intérieur ; F sur ; G et H extérieur.

Correction de l'exercice 9 - Rayons et diamètres

On passe du rayon au diamètre en multipliant par 2, et du diamètre au rayon en divisant par 2 :

$$d = 2 \times r \quad r = d \div 2$$

- $r = 3 \text{ cm}$ donne $d = 6 \text{ cm}$.
- $d = 13 \text{ cm}$ donne $r = 6,5 \text{ cm}$.
- $r = 2,25 \text{ cm}$ donne $d = 4,5 \text{ cm}$.
- $d = 0,8 \text{ m}$ donne $r = 0,4 \text{ m}$, soit 40 cm.

Réponse. 6 cm ; 6,5 cm ; 4,5 cm ; 0,4 m.

Correction de l'exercice 10 - Deux cercles qui se coupent

a) Un point à 3 cm de A est sur le premier cercle ; un point à 4 cm de B est sur le second. Les points cherchés sont sur **les deux** cercles : ce sont leurs points d'intersection, M et N . Il y en a **deux**.

b) M est sur les deux cercles, donc :

$$AM = 3 \text{ cm} \quad BM = 4 \text{ cm} \quad AB = 5 \text{ cm}$$

C'est exactement la méthode pour construire un triangle dont on connaît les trois côtés.

Réponse. a) deux points · b) 3 cm, 4 cm, 5 cm.

Correction de l'exercice 11 - L'hexagone au compas

a) Le compas garde l'écartement du rayon : chaque côté mesure 3 cm.

b) L'hexagone a 6 côtés égaux :

$$P = 6 \times 3 = 18 \text{ cm}$$

c) $OA = OB = 3 \text{ cm}$ (ce sont des rayons) et $AB = 3 \text{ cm}$ (côté de l'hexagone) : le triangle OAB est **équilatéral**. L'hexagone est formé de six triangles équilatéraux.

Réponse. a) 3 cm · b) 18 cm · c) équilatéral.

Correction de l'exercice 12 - Qui est quoi ?

On compare les définitions.

a) **Vrai**. Un carré a quatre angles droits : c'est un rectangle particulier.

b) **Faux**. Un rectangle de 6 cm sur 4 cm n'a pas quatre côtés égaux.

c) **Vrai**. Un carré a quatre côtés égaux : c'est un losange particulier.

d) **Vrai**. Si l'on construit un losange avec un angle droit, on constate que ses quatre angles sont droits : il est à la fois losange et rectangle.

$$\text{losange} + \text{angle droit} = \text{carré}$$

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) vrai.

Correction de l'exercice 13 - Reconnaître avec des mesures

Ses quatre côtés sont égaux :

$$EF = FG = GH = HE = 5 \text{ cm}$$

C'est donc un **losange**. Comme il a en plus un angle droit, c'est un **carré** (voir l'exercice précédent).

Périmètre : $P = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$.

Attention. Quatre côtés égaux ne suffisent pas pour dire « carré » : sans l'angle droit, ce serait seulement un losange.

Réponse. Un carré, de périmètre 20 cm.

Correction de l'exercice 14 - Le parallélogramme

a) Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur : $CD = AB = 7 \text{ cm}$ et $DA = BC = 4 \text{ cm}$.

$$P = 2 \times (7 + 4) = 22 \text{ cm}$$

b) Les diagonales se coupent en leur milieu : $OA = AC \div 2 = 5 \text{ cm}$. On ne peut pas en déduire BD : dans un parallélogramme quelconque, les diagonales n'ont pas la même

longueur.

Réponse. a) 7 cm et 4 cm ; 22 cm · b) 5 cm.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Faux.** Elles ont la même longueur et le même milieu, mais ne sont perpendiculaires que si le rectangle est un carré.

b) **Vrai.** On divise par 2 :

$$r = 8 \div 2 = 4 \text{ cm}$$

c) **Vrai.** Ce sont exactement les propriétés des diagonales d'un rectangle ; on s'en sert pour le construire.

d) **Vrai.** Le diamètre est la plus longue des cordes : c'est une corde qui passe par le centre.

Réponse. a) faux · b) vrai · c) vrai · d) vrai.