

Plaquette 3 - Triangles : reconnaître, construire, calculer

Figures planes — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Triangles.

- Un triangle ABC a trois **sommets** (A , B , C) et trois **côtés** ($[AB]$, $[BC]$, $[CA]$). Le côté **opposé** au sommet A est $[BC]$.
- **Isocèle en A** : $AB = AC$; A est le **sommet principal**, $[BC]$ la **base**.
- **Équilatéral** : trois côtés égaux, $AB = BC = CA$. Un triangle équilatéral est aussi isocèle.
- **Rectangle en A** : l'angle en A est droit ; le côté opposé à l'angle droit, $[BC]$, est l'**hypoténuse** (c'est le plus long côté).
- **Constructible ?** Le plus grand côté doit être **plus petit** que la somme des deux autres :

$$\text{plus grand côté} < \text{somme des deux autres}$$

S'il y a égalité, les trois points sont alignés (triangle « aplati »).

- **Construire au compas** un triangle connaissant ses trois côtés : on trace un côté, puis deux arcs de cercle centrés à ses extrémités.
- **Périmètre** : somme des longueurs des côtés.

$$P = AB + BC + CA$$

Correction de l'exercice 1 - Nommer les éléments d'un triangle

a) Les sommets sont A , B et C . Les côtés sont les segments qui les relient deux à deux :

$$[AB] \quad [BC] \quad [CA]$$

b) Le côté opposé à un sommet est celui qui ne passe pas par ce sommet : pour A , c'est $[BC]$; pour C , c'est $[AB]$.

c) Le côté $[AC]$ ne passe pas par B : le sommet opposé est B .

Réponse. a) A , B , C ; $[AB]$, $[BC]$, $[CA]$ · b) $[BC]$ et $[AB]$ · c) B .

Correction de l'exercice 2 - Reconnaître grâce aux codages

On traduit chaque codage.

- **Figure 1** : $[BC]$ et $[CA]$ portent le même codage, donc $CB = CA$. Le triangle est **isocèle en C** .
- **Figure 2** : les trois côtés portent le même codage :

$$DE = EF = FD$$

Le triangle est **équilatéral**.

- **Figure 3** : l'angle en G est codé droit. Le triangle est **rectangle en G** , et son hypoténuse est $[HI]$.

Réponse. 1 : isocèle en C · 2 : équilatéral · 3 : rectangle en G .

Correction de l'exercice 3 – Constructible ou pas ?

On compare le plus grand côté à la somme des deux autres :

$$\text{plus grand côté} < \text{somme des deux autres}$$

- a) $3 + 4 = 7$ et $8 > 7$: **impossible**. Les deux arcs de cercle, de rayons 3 cm et 4 cm, ne se rejoignent pas.
- b) $5 + 6 = 11$ et $10 < 11$: **possible**.
- c) $4 + 6 = 10$: égalité. Les trois points sont **alignés**, le « triangle » est aplati : ce n'est pas un vrai triangle.

Réponse. a) non · b) oui · c) non (points alignés).

Correction de l'exercice 4 – Construire au compas

Vérification. Le plus grand côté est $KL = 7$ cm, et $5 + 4 = 9$: comme $7 < 9$, le triangle est constructible.

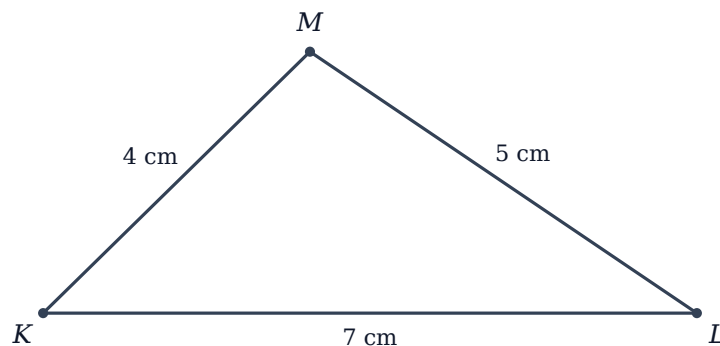
Programme.

- Tracer le segment $[KL]$ de 7 cm.
- Tracer un arc de cercle de centre K et de rayon 4 cm (car $KM = 4$ cm).
- Tracer un arc de cercle de centre L et de rayon 5 cm (car $LM = 5$ cm).
- Nommer M un point d'intersection des deux arcs, puis tracer $[KM]$ et $[LM]$.

Le point M est à la fois à 4 cm de K et à 5 cm de L :

$$KM = 4 \text{ cm} \quad LM = 5 \text{ cm}$$

Réponse. $[KL]$, puis arcs de rayon 4 cm (centre K) et 5 cm (centre L).



Correction de l'exercice 5 – Le triangle équilatéral au compas

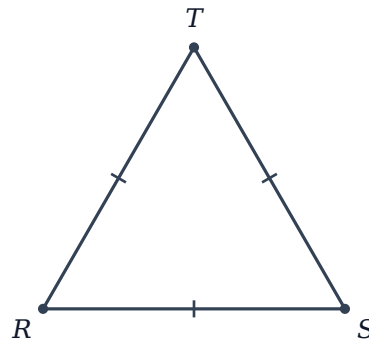
a) Les trois côtés doivent mesurer 5 cm : on garde le même écartement de compas du début à la fin.

- Tracer $[RS]$ de 5 cm.
- Tracer l'arc de centre R et de rayon 5 cm, puis l'arc de centre S et de rayon 5 cm.
- Nommer T leur point d'intersection, tracer $[RT]$ et $[ST]$.

b) Les trois côtés sont égaux :

$$P = 3 \times 5 = 15 \text{ cm}$$

Réponse. a) $[RS]$ puis deux arcs de rayon 5 cm · b) 15 cm.



Correction de l'exercice 6 - Le triangle rectangle à l'équerre

a) Étapes :

- Tracer $[AB]$ de 4 cm.
- Avec l'équerre, tracer la perpendiculaire à (AB) passant par A.
- Placer C sur cette perpendiculaire avec $AC = 3$ cm, puis tracer $[BC]$ et coder l'angle droit en A.

b) $[BC]$ est le côté opposé à l'angle droit : c'est l'**hypoténuse**. C'est le plus long côté du triangle rectangle ; la mesure est cohérente :

$$BC = 5 \text{ cm} > AB = 4 \text{ cm} > AC = 3 \text{ cm}$$

Réponse. b) l'hypoténuse ; oui, c'est le plus long côté.

Correction de l'exercice 7 - Périmètre d'un triangle isocèle

Le triangle est isocèle en D : les deux côtés issus de D ont la même longueur, donc $DF = DE = 8,5$ cm.

$$P = DE + EF + FD = 8,5 + 6 + 8,5 = 23 \text{ cm}$$

Piège. Oublier que DF est connu : il n'est pas écrit sur la figure, mais le mot « isocèle en D » le donne.

Réponse. 23 cm.

Correction de l'exercice 8 - Retrouver les côtés

a) Les trois côtés sont égaux : $P = 3 \times c$, donc on divise par 3.

$$c = 13,5 \div 3 = 4,5 \text{ cm}$$

b) Les deux côtés égaux mesurent ensemble $20 - 6 = 14$ cm. Chacun mesure donc $14 \div 2 = 7$ cm.

Contrôle de b) : $7 + 7 + 6 = 20$ cm.

Réponse. a) 4,5 cm · b) 7 cm chacun.

Correction de l'exercice 9 - Codage d'un triangle rectangle isocèle

a) On lit deux codages :

- les côtés $[MN]$ et $[MP]$ portent le même trait :

$$MN = MP$$

— l'angle en M est codé droit : $(MN) \perp (MP)$.

b) Le triangle est à la fois **isocèle en M** et **rectangle en M** : on dit qu'il est **rectangle isocèle en M** . Son hypoténuse est $[NP]$.

Réponse. a) $MN = MP$ et angle droit en M · b) rectangle isocèle en M .

Correction de l'exercice 10 - Deux cercles de même rayon

On utilise la définition du cercle : tous ses points sont à la même distance du centre.

— C est sur le cercle de centre A passant par B , donc $AC = AB = 4$ cm.

— C est sur le cercle de centre B passant par A , donc $BC = BA = 4$ cm.

$$AB = AC = BC = 4 \text{ cm}$$

Le triangle ABC est **équilatéral**.

Réponse. Équilatéral de côté 4 cm.

Correction de l'exercice 11 - Un sommet sur la médiatrice

Propriété du cours : tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance des extrémités du segment. Comme M est sur la médiatrice de $[AB]$:

$$MA = MB$$

Le triangle MAB a deux côtés égaux qui se rejoignent en M : il est **isocèle en M** , de base $[AB]$. Réciproquement, le sommet principal d'un triangle isocèle est toujours sur la médiatrice de sa base.

Réponse. Isocèle en M .

Correction de l'exercice 12 - Même périmètre ?

On calcule les deux périmètres avec la formule :

$$P = \text{somme des trois côtés}$$

— Lina : $6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18$ cm.

— Noé : $5 + 5 + 8 = 18$ cm.

Les deux triangles ont **le même périmètre**, alors qu'ils n'ont pas la même forme. On vérifie au passage que le triangle de Noé existe : $8 < 5 + 5 = 10$.

Réponse. Le même : 18 cm.

Correction de l'exercice 13 - Un triangle dans un cercle

B et C sont sur le cercle de centre A : ils sont à la distance 3 cm de A (c'est le rayon).

$$AB = AC = 3 \text{ cm}$$

Le triangle ABC est donc **isocèle en A** : A est son sommet principal et $[BC]$ sa base. Tous les triangles obtenus en choisissant deux points sur ce cercle sont isocèles en A .

Réponse. Isocèle en A (sommet principal).

Correction de l'exercice 14 - Coupé par une diagonale

Un rectangle a quatre angles droits. Dans le triangle ABC , l'angle en B est droit : ABC est **rectangle en B** . De même, ACD est **rectangle en D** . Leur hypoténuse commune est $[AC]$.

Les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur : $AB = CD$ et $BC = DA$. Donc :

$$AB + BC + CA = CD + DA + AC$$

Les deux triangles ont le même périmètre (ils sont d'ailleurs superposables).

Réponse. Rectangles en B et en D ; même périmètre.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

- a) **Vrai.** Il a trois côtés égaux, donc en particulier deux : il est isocèle (en chacun de ses sommets).
- b) **Vrai.** Le triangle rectangle isocèle a un angle droit et deux côtés égaux.
- c) **Faux.** Le plus grand côté dépasse la somme des deux autres :

$$7 > 3 + 3 = 6$$

- d) **Vrai.** L'hypoténuse, opposée à l'angle droit, est toujours le plus long côté.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) faux · d) vrai.