

Plaquette 1 - Vocabulaire, propriétés et constructions

Figures planes — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Ce qu'il faut savoir.

- **Droite** (AB) : illimitée des deux côtés · **demi-droite** $[AB)$: illimitée d'un seul côté · **segment** $[AB]$: limité, de longueur AB .
- Deux droites **perpendiculaires** forment un angle droit (90°), on note $\perp$. Deux droites **parallèles** ne se coupent jamais, on note $\parallel$.
- Propriétés utiles : si $d_1 \parallel d_2$ et $d_2 \parallel d_3$, alors $d_1 \parallel d_3$; si $d_1 \perp d$ et $d_2 \perp d$, alors $d_1 \parallel d_2$.
- **Médiatrice** d'un segment : droite perpendiculaire au segment passant par son milieu ; ses points sont **à égale distance** des extrémités.
- **Triangles** : isocèle (deux côtés égaux, deux angles égaux), équilatéral (trois côtés égaux, trois angles de 60°), rectangle (un angle droit).
- La **somme des angles** d'un triangle vaut 180° :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

- **Quadrilatères** : le parallélogramme a ses côtés opposés parallèles et égaux ; le rectangle a quatre angles droits ; le losange a quatre côtés égaux ; le carré est à la fois rectangle et losange.
- **Cercle** de centre O et de rayon r : tous ses points sont à la distance r de O , et le diamètre vaut le double du rayon :

$$d = 2 \times r$$

- Types d'angles : aigu ($< 90^\circ$), droit ($= 90^\circ$), obtus ($> 90^\circ$), plat ($= 180^\circ$).

Correction de l'exercice 1 - Vocabulaire de base

Ces quatre notations, très proches, désignent des objets **différents**.

- (AB) est la **droite** passant par A et B : elle est illimitée des deux côtés.
- $[AB)$ est la **demi-droite** d'origine A passant par B : elle est limitée en A et illimitée de l'autre côté.
- $[AB]$ est le **segment** d'extrémités A et B : il est limité aux deux bouts.
- AB (sans crochets) est la **longueur** du segment $[AB]$: c'est un nombre.
- Ainsi on écrit « $AB = 5 \text{ cm}$ », mais jamais « $[AB] = 5 \text{ cm}$ ».

Réponse. Droite, demi-droite, segment, et AB = longueur (un nombre).

Correction de l'exercice 2 - Perpendiculaires et parallèles

- a) Propriété du cours : **deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles**. Donc $d_1 \parallel d_2$.
- b) Propriété du cours : **deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles**. Donc $d_1 \parallel d_3$.
- Attention : deux droites perpendiculaires à deux droites différentes n'ont aucune raison d'être parallèles.

Réponse. a) $d_1 \parallel d_2$ · b) $d_1 \parallel d_3$.

Correction de l'exercice 3 - Médiatrice

a) Propriété du cours : tout point de la médiatrice est à **égale distance** des extrémités :

$$MA = MB$$

- b) La médiatrice passe par le **milieu** de $[AB]$, donc $AI = \frac{6}{2} = 3$ cm.
- c) La médiatrice est **perpendiculaire** au segment : l'angle vaut 90° .
- Conséquence : le triangle MAB est isocèle en M , puisque $MA = MB$.

Réponse. a) $MA = MB$ · b) $AI = 3$ cm · c) 90° .

Correction de l'exercice 4 - Somme des angles d'un triangle

Propriété du cours : la somme des angles d'un triangle vaut 180° .

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

- a) $\hat{C} = 180 - 50 - 70 = 60^\circ$.
- b) $\hat{A} = 90^\circ$, donc $\hat{C} = 180 - 90 - 35 = 55^\circ$.
- c) Les trois angles sont égaux et leur somme vaut 180° , donc chacun mesure $\frac{180}{3} = 60^\circ$.

Réponse. a) 60° · b) 55° · c) 60° chacun.

Correction de l'exercice 5 - Triangle isocèle

Propriété du cours : dans un triangle isocèle en A , les angles à la base sont **égaux**, donc $\hat{B} = \hat{C}$.

— Somme des angles :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

donc $40 + 2 \times \hat{B} = 180$.

- $2 \times \hat{B} = 140$, donc $\hat{B} = 70^\circ$ et $\hat{C} = 70^\circ$.
- Contrôle : $40 + 70 + 70 = 180^\circ$. Correct.

Réponse. $\hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$.

Correction de l'exercice 6 - Reconnaître un quadrilatère

On compare chaque description aux définitions du cours (côtés égaux, angles droits, côtés parallèles).

- a) Quatre angles droits et $AB = BC = CD = DA$: c'est un **carré** (à la fois rectangle et losange).
- b) $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$, sans autre propriété : c'est un **parallélogramme** quelconque.
- c) $AB = BC = CD = DA$ sans angle droit : c'est un **losange**.
- d) Quatre angles droits, $AB \neq BC$: c'est un **rectangle** (non carré).
- Récapitulatif : le carré est le seul quadrilatère qui est à la fois rectangle et losange.

Réponse. a) carré · b) parallélogramme · c) losange · d) rectangle.

Correction de l'exercice 7 - Propriétés des diagonales

Les diagonales d'un quadrilatère $ABCD$ sont les segments $[AC]$ et $[BD]$; on note O leur point d'intersection.

- a) ... se **coupent en leur milieu** : $OA = OC$ et $OB = OD$. (C'est la propriété caractéristique du parallélogramme.)
- b) ... se coupent en leur milieu **et ont la même longueur**.
- c) ... se coupent en leur milieu **et sont perpendiculaires**.
- Dans un **carré**, les diagonales cumulent les trois propriétés : même milieu, même longueur, perpendiculaires.

Réponse. a) même milieu · b) même milieu et même longueur · c) même milieu et perpendiculaires.

Correction de l'exercice 8 - Cercle : vocabulaire

- a) Le diamètre vaut le double du rayon :

$$d = 2 \times r = 2 \times 4,5 = 9 \text{ cm}$$

- b) OM est égal au rayon : le point M est **sur le cercle**.
- c) $ON = 3 < 4,5$: le point N est **à l'intérieur** du disque, mais pas sur le cercle.
- À retenir : le cercle est la **ligne**, le disque est la surface qu'elle délimite.

Réponse. a) 9 cm · b) sur le cercle · c) à l'intérieur du disque.

Correction de l'exercice 9 - Types d'angles

On utilise les définitions du cours.

- 35° : **aigu** (inférieur à 90°).
- 90° : **droit**.
- 128° : **obtus** (compris entre 90° et 180°).
- 180° : **plat**.
- 89° : **aigu** (de justesse : il est inférieur à 90°).

Pour classer un angle, on le compare donc à deux repères : l'angle droit (90°) et l'angle plat (180°).

Réponse. aigu ; droit ; obtus ; plat ; aigu.

Correction de l'exercice 10 - Lire un codage

On traduit chaque codage en une égalité ou une propriété.

- Le même petit trait sur les quatre côtés signifie qu'ils ont la même longueur :

$$EF = FG = GH = HE$$

Le quadrilatère est donc un **losange**.

- Les quatre angles sont codés droits : c'est aussi un **rectangle**.

Un quadrilatère qui est à la fois losange et rectangle est un **carré**. On ne mesure rien : on lit seulement les codages.

Réponse. Un carré.

Correction de l'exercice 11 - Distance d'un point à une droite

Propriété du cours : la **distance d'un point à une droite** est la longueur du segment perpendiculaire qui les relie. C'est le plus court chemin du point à la droite.

$$\text{distance de } A \text{ à } (d) = AH$$

- a) La distance de A à (d) est $AH = 3 \text{ cm}$.

b) K est un point de (d) , mais $[AK]$ n'est pas perpendiculaire à (d) : c'est un chemin « en biais », plus long ($4\text{ cm} > 3\text{ cm}$).

Réponse. a) 3 cm · b) $[AK]$ n'est pas perpendiculaire à (d) .

Correction de l'exercice 12 – Quel triangle ?

On compare les trois longueurs.

$$RS = ST = 5\text{ cm} \quad RT = 6\text{ cm}$$

- Deux côtés ont la même longueur : le triangle est **isocèle**. Les deux côtés égaux se rejoignent en S : il est isocèle **en** S , et $[RT]$ est sa **base**.
- Il n'est **pas équilatéral**, car le troisième côté (6 cm) est différent des deux autres.

Le point S est à la même distance de R et de T : il est sur la médiatrice de $[RT]$.

Réponse. Isocèle en S , non équilatéral.

Correction de l'exercice 13 – Programme de construction

On analyse les propriétés obtenues étape par étape.

- (AD) et (BC) sont toutes deux perpendiculaires à (AB) : elles sont donc **parallèles** entre elles.
- $AD = BC = 5\text{ cm}$: les côtés $[AD]$ et $[BC]$ sont parallèles **et** de même longueur, donc $ABCD$ est un **parallélogramme**.
- De plus, les angles en A et en B sont droits : c'est un **rectangle**.
- Enfin $AB = AD = 5\text{ cm}$: deux côtés consécutifs sont égaux, donc c'est un **carré** de côté 5 cm .

Réponse. Un carré de côté 5 cm .

Correction de l'exercice 14 – Rédiger un programme de construction

On construit d'abord la base, puis on utilise le compas pour les deux côtés égaux.

- Tracer un segment $[BC]$ de 4 cm .
- Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon 6 cm .
- Tracer un arc de cercle de centre C et de rayon 6 cm .
- Les deux arcs se coupent : appeler A l'un des points d'intersection.
- Tracer $[AB]$ et $[AC]$.
- Le point A est à 6 cm de B **et** de C : il appartient donc à la médiatrice de $[BC]$, ce qui est cohérent avec un triangle isocèle en A .

Réponse. Base $[BC] = 4\text{ cm}$, puis deux arcs de rayon 6 cm centrés en B et C .

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : nature d'un triangle

- a) Il a un angle droit et deux côtés égaux : c'est un triangle **rectangle isocèle en** A .
- b) Les angles à la base sont égaux, et leur somme vaut $180 - 90 = 90^\circ$, donc $\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$.
- c) Comme $AB = AC$, le point A est à égale distance de B et de C : il appartient donc à la **médiatrice** de $[BC]$.
- Contrôle : $90 + 45 + 45 = 180^\circ$. Correct.

Réponse. a) rectangle isocèle en A · b) 45° chacun · c) elle passe par A .