

## Plaque 5 – Fraction d'une quantité : problèmes

### Fractions : introduction — Sixième

Corrections détaillées

#### Boîte à outils

##### Fraction d'une quantité.

- Prendre  $\frac{a}{b}$  d'une quantité  $N$  : on la partage en  $b$  parts égales et on en prend  $a$ .

$$\frac{a}{b} \text{ de } N = N \div b \times a = N \times a \div b$$

- Quand l'écriture décimale est simple, on peut aussi multiplier :  $\frac{3}{5}$  de 45, c'est  $0,6 \times 45$ .

- **Retrouver le tout** : si  $\frac{1}{b}$  du tout vaut  $p$ , le tout vaut  $b \times p$ . Si  $\frac{a}{b}$  du tout vaut  $p$ , on calcule d'abord  $\frac{1}{b}$  du tout :  $p \div a$ .

- **Même dénominateur** : on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur.

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

- **Ce qui reste** : le tout vaut  $\frac{b}{b} = 1$ . Après avoir pris  $\frac{5}{8}$ , il reste  $\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ .
- Rappels : 1 h = 60 min ; 1 jour = 24 h ; 1 m = 100 cm ; 1 kg = 1 000 g.

#### Correction de l'exercice 1 - Longueurs, masses, volumes

On convertit si besoin dans une unité qui se partage bien, puis on applique la formule du cours :

$$\frac{a}{b} \text{ de } N = N \div b \times a$$

- 2 m = 200 cm ;  $200 \div 4 = 50$  ;  $50 \times 3 = 150$  cm.
- 1,5 kg = 1 500 g ;  $1\,500 \div 3 = 500$  ;  $500 \times 2 = 1\,000$  g, soit 1 kg.
- $40 \div 8 = 5$  ;  $5 \times 5 = 25$  L.

Contrôle de a) :  $\frac{3}{4}$  est un peu moins que le tout, et 150 cm est un peu moins que 200 cm.

**Réponse.** a) 150 cm · b) 1 000 g · c) 25 L.

#### Correction de l'exercice 2 - Fractions de durées

On écrit d'abord la durée totale dans une unité adaptée, puis on prend la fraction :

$$\frac{a}{b} \text{ de } N = N \div b \times a$$

- 1 h = 60 min ;  $60 \div 4 = 15$  ;  $15 \times 3 = 45$  min.
- 1 h 30 min = 90 min ;  $90 \div 3 = 30$  ;  $30 \times 2 = 60$  min, soit 1 heure.
- 1 jour = 24 h ;  $24 \div 6 = 4$  ;  $4 \times 5 = 20$  h.

**Piège.** En b), on ne prend pas les  $\frac{2}{3}$  de « 1,30 » : une heure et demie, c'est 1,5 h ou 90 min.

**Réponse.** a) 45 min · b) 60 min · c) 20 h.

### Correction de l'exercice 3 – Trois façons de calculer

**Façon 1 :** diviser d'abord, puis multiplier.

$$45 \div 5 \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

**Façon 2 :** multiplier d'abord, puis diviser :  $45 \times 3 = 135$  et  $135 \div 5 = 27$ .

**Façon 3 :** utiliser l'écriture décimale de la fraction.  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$ , donc  $0,6 \times 45 = 27$ .

Les trois façons donnent bien 27. La première est souvent la plus simple de tête, parce qu'elle garde des nombres petits.

**Réponse.** 27.

### Correction de l'exercice 4 – Retrouver le tout

On calcule d'abord ce que vaut **une** part, puis on multiplie par le nombre de parts du tout.

$$\text{tout} = \text{valeur d'une part} \times b$$

- a)  $\frac{1}{4}$  de la classe vaut 7 élèves ; la classe, c'est 4 quarts :  $4 \times 7 = 28$  élèves.
- b)  $\frac{2}{5}$  du trajet vaut 12 km, donc  $\frac{1}{5}$  vaut  $12 \div 2 = 6$  km. Le trajet entier :  $5 \times 6 = 30$  km.
- c)  $\frac{3}{4}$  du prix vaut 18 €, donc  $\frac{1}{4}$  vaut  $18 \div 3 = 6$  €. Prix de départ :  $4 \times 6 = 24$  €.

Contrôle de b) :  $\frac{2}{5}$  de 30 km =  $30 \div 5 \times 2 = 12$  km.

**Réponse.** a) 28 élèves · b) 30 km · c) 24 €.

### Correction de l'exercice 5 – Deux promotions

Magasin A : la remise est  $\frac{1}{5}$  de 45 € :

$$\frac{1}{5} \text{ de } 45 = 45 \div 5 = 9 \text{ €}$$

- Prix payé en A :  $45 - 9 = 36$  €.
- Prix payé en B :  $40 - 5 = 35$  €.

Le jean est moins cher dans le magasin B, de 1 €. La remise la plus grande (9 € contre 5 €) ne donne pas forcément le prix le plus bas : il faut comparer les **prix payés**.

**Réponse.** Magasin B : 35 € contre 36 €.

### Correction de l'exercice 6 – Adapter une recette

On prend les  $\frac{2}{3}$  de chaque quantité :

$$\frac{2}{3} \text{ de } N = N \div 3 \times 2$$

- a)  $6 \div 3 \times 2 = 4$  personnes.
- b) Farine :  $300 \div 3 \times 2 = 200$  g.
- Lait :  $\frac{3}{4}$  de litre, c'est  $100 \div 4 \times 3 = 75$  cL ; puis  $75 \div 3 \times 2 = 50$  cL.
- Œufs :  $3 \div 3 \times 2 = 2$  œufs.

Karim utilise 200 g de farine, 50 cL de lait et 2 œufs.

**Réponse.** a) 4 personnes · b) 200 g ; 50 cL ; 2 œufs.

### Correction de l'exercice 7 - Le réservoir

a) On prend les  $\frac{3}{4}$  de 60 L :

$$\frac{3}{4} \text{ de } 60 = 60 \div 4 \times 3 = 45 \text{ L}$$

b) Il reste  $45 - 20 = 25$  L sur les 60 L du réservoir, soit  $\frac{25}{60}$  du réservoir. On simplifie par 5 :

$$- \frac{25}{60} = \frac{25 \div 5}{60 \div 5} = \frac{5}{12}.$$

Le réservoir est rempli aux  $\frac{5}{12}$ , un peu moins de la moitié (la moitié serait  $\frac{6}{12}$ ).

**Réponse.** a) 45 L · b)  $\frac{5}{12}$  du réservoir.

### Correction de l'exercice 8 - Répartir son argent de poche

a) On prend chaque fraction de 40 € :

— loisirs :  $40 \div 2 = 20$  € ;

— épargne :  $40 \div 4 = 10$  € ;

— livres :  $40 \div 8 = 5$  €.

— cadeaux :  $40 - 20 - 10 - 5 = 5$  €.

b) On écrit tout en huitièmes :  $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$  et  $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ .

$$\frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Il reste  $\frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$  pour les cadeaux. Contrôle :  $\frac{1}{8}$  de 40 € vaut 5 €.

**Réponse.** a) 20 € ; 10 € ; 5 € ; cadeaux 5 € · b)  $\frac{1}{8}$ .

### Correction de l'exercice 9 - La pizza partagée

a) Les deux fractions ont le même dénominateur : on additionne les numérateurs.

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$$

b) La pizza entière vaut  $\frac{8}{8}$  :

$$- \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}.$$

Il reste  $\frac{3}{8}$  de la pizza, soit 3 parts sur la figure.

**Piège.**  $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} \neq \frac{5}{16}$  : on n'additionne pas les dénominateurs, les parts restent des huitièmes.

**Réponse.** a)  $\frac{5}{8}$  · b)  $\frac{3}{8}$ .

### Correction de l'exercice 10 - La randonnée

a) On prend les  $\frac{2}{3}$  de 18 km :

$$\frac{2}{3} \text{ de } 18 = 18 \div 3 \times 2 = 12 \text{ km}$$

b) Il reste  $18 - 12 = 6 \text{ km}$ . En fraction, le trajet entier vaut  $\frac{3}{3}$  :

$$- \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

L'après-midi, le groupe parcourt 6 km, soit  $\frac{1}{3}$  du trajet. Contrôle :  $\frac{1}{3}$  de 18 km = 6 km.

**Réponse.** a) 12 km · b) 6 km, soit  $\frac{1}{3}$ .

### Correction de l'exercice 11 - L'élection des délégués

a) On prend chaque fraction de 480 :

— Anna :  $480 \div 12 \times 5 = 40 \times 5 = 200$  voix ;

— Bilal :  $480 \div 3 = 160$  voix ;

— Chloé :  $480 - 200 - 160 = 120$  voix.

b) On écrit le tiers en douzièmes,  $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$  :

$$\frac{5}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9}{12}$$

Chloé a donc  $\frac{12}{12} - \frac{9}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$  des voix. Contrôle :  $480 \div 4 = 120$ . Anna, avec 200 voix, est élue.

**Réponse.** a) 200 ; 160 ; 120 voix · b)  $\frac{1}{4}$  ; Anna est élue.

### Correction de l'exercice 12 - Quelle part choisir ?

On calcule les deux montants avec la formule :

$$\frac{a}{b} \text{ de } N = N \div b \times a$$

—  $\frac{2}{5}$  de 30 € :  $30 \div 5 = 6$  ;  $6 \times 2 = 12$  €.

—  $\frac{3}{8}$  de 32 € :  $32 \div 8 = 4$  ;  $4 \times 3 = 12$  €.

Les deux choix rapportent **exactement la même somme**, 12 €. Noé peut choisir l'un ou l'autre.

**À retenir.**  $\frac{2}{5} > \frac{3}{8}$ , mais les fractions ne portent pas sur la même quantité : il faut calculer.

**Réponse.** Les deux valent 12 €.

### Correction de l'exercice 13 - Le jardin partagé

a) On prend chaque fraction de 120 m<sup>2</sup> :

$$\frac{a}{b} \text{ de } N = N \div b \times a$$

— potager :  $120 \div 8 \times 3 = 15 \times 3 = 45 \text{ m}^2$  ;

— pelouse :  $120 \div 4 = 30 \text{ m}^2$ .

b) Le quart, ce sont  $\frac{2}{8}$ . Potager et pelouse occupent  $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$  : il reste  $\frac{3}{8}$  pour les fleurs, soit aussi 45 m<sup>2</sup>. Contrôle :  $45 + 30 + 45 = 120 \text{ m}^2$ .

**Réponse.** a)  $45 \text{ m}^2$  et  $30 \text{ m}^2 \cdot \frac{3}{8}$ , soit  $45 \text{ m}^2$ .

### Correction de l'exercice 14 - La batterie du téléphone

On compare des huitièmes : on écrit la charge en huitièmes,  $8 = 4 \times 2$ .

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

— Chaque heure consomme  $\frac{1}{8}$ .

— La batterie contient  $\frac{6}{8}$ , c'est-à-dire 6 fois  $\frac{1}{8}$ .

On peut donc regarder 6 heures de vidéo. Contrôle :  $6 \times \frac{1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ .

**Réponse.** 6 heures.

### Correction de l'exercice 15 - Financer un voyage scolaire

a) Mairie :  $7\,200 \div 3 = 2\,400 \text{ €}$ . Foyer :  $7\,200 \div 4 = 1\,800 \text{ €}$ .

b) Familles :  $7\,200 - 2\,400 - 1\,800 = 3\,000 \text{ €}$ . En douzièmes,  $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$  et  $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$  :

$$\frac{12}{12} - \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

Contrôle :  $\frac{5}{12}$  de  $7\,200 \text{ €} = 7\,200 \div 12 \times 5 = 600 \times 5 = 3\,000 \text{ €}$ .

c) Chaque famille paie  $3\,000 \div 48$ . On pose la division :  $300 \div 48 = 6$  reste 12 ;  $120 \div 48 = 2$  reste 24 ; on écrit la virgule et on ajoute un zéro :  $240 \div 48 = 5$ . Donc 62,5, soit 62,50 € par élève.

**Réponse.** a)  $2\,400 \text{ €}$  et  $1\,800 \text{ €}$  · b)  $3\,000 \text{ €}$ , soit  $\frac{5}{12}$  · c) 62,50 €.