

Plaque 4 – La fraction, un quotient

Fractions : introduction — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

La fraction quotient.

- $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b , donne a :

$$b \times \frac{a}{b} = a \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = a \div b$$

- Le nombre manquant de $b \times \dots = a$ est donc $\frac{a}{b}$.
- **Écriture décimale** : on pose la division $a \div b$. Elle peut s'arrêter ($\frac{3}{4} = 0,75$) ou ne jamais s'arrêter ($\frac{2}{3} = 0,666\dots$) : on donne alors une **valeur approchée**, et on garde la fraction pour la valeur exacte.
- Autre méthode quand c'est possible : écrire la fraction avec le dénominateur 10, 100 ou 1 000.

$$\frac{7}{20} = \frac{7 \times 5}{20 \times 5} = \frac{35}{100} = 0,35$$

- **Partager** a objets entre b personnes donne $\frac{a}{b}$ d'objet à chacune.
- Pour **comparer** une fraction et un décimal, on écrit la fraction en décimal.

Correction de l'exercice 1 – Le nombre manquant

Par définition, $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b , donne a :

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

- a) On multiplie par 7 pour obtenir 3 : le nombre manquant est $\frac{3}{7}$.
- b) On multiplie par 5 pour obtenir 2 : c'est $\frac{2}{5}$ (qui vaut aussi 0,4).
- c) Le nombre qui, multiplié par 4, donne 9 : c'est $\frac{9}{4}$, soit 2,25.

Piège. Écrire $\frac{7}{3}$ en a) : le nombre qu'on cherche va **au numérateur**, le multiplicateur connu **au dénominateur**.

Réponse. a) $\frac{3}{7}$ · b) $\frac{2}{5}$ · c) $\frac{9}{4}$.

Correction de l'exercice 2 – Multiplier une fraction par son dénominateur

On applique directement la définition de la fraction quotient :

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

- a) $\frac{5}{6}$ est le nombre qui, multiplié par 6, donne 5 : le résultat est 5.
- b) $11 \times \frac{3}{11} = 3$.

c) Dans une multiplication, l'ordre ne compte pas : $\frac{7}{9} \times 9 = 9 \times \frac{7}{9} = 7$.

d) $\frac{13}{4} \times 4 = 13$.

Contrôle de d) : $\frac{13}{4} = 3,25$ et $3,25 \times 4 = 13$.

Réponse. a) $5 \cdot$ b) $3 \cdot$ c) $7 \cdot$ d) 13.

Correction de l'exercice 3 – Écriture décimale par la division

Une fraction est un quotient : on calcule le numérateur divisé par le dénominateur.

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

a) $3 \div 4$: $30 \div 4 = 7$ reste 2 ; $20 \div 4 = 5$. Donc 0,75.

b) $7 \div 5 = 1$ reste 2 ; $20 \div 5 = 4$. Donc 1,4.

c) $9 \div 8 = 1$ reste 1 ; $10 \div 8 = 1$ reste 2 ; $20 \div 8 = 2$ reste 4 ; $40 \div 8 = 5$. Donc 1,125.

d) $13 \div 20$: $130 \div 20 = 6$ reste 10 ; $100 \div 20 = 5$. Donc 0,65.

Réponse. a) 0,75 · b) 1,4 · c) 1,125 · d) 0,65.

Correction de l'exercice 4 – Des quotients qui ne s'arrêtent pas

a) $2 \div 3$: $20 \div 3 = 6$ reste 2 ; $20 \div 3 = 6$ reste 2... Le reste vaut toujours 2 : la division ne s'arrête jamais.

$$\frac{2}{3} = 0,666\dots$$

$\frac{2}{3}$ n'a donc pas d'écriture décimale exacte : la fraction est la seule écriture exacte.

b) On calcule un chiffre de plus que demandé, puis on arrondit :

— $\frac{2}{3} = 0,666\dots$: millièmes $6 \geq 5$, donc 0,67.

— $\frac{5}{6} = 0,833\dots$: millièmes $3 < 5$, donc 0,83.

— $\frac{1}{7} = 0,142\dots$: millièmes $2 < 5$, donc 0,14.

Réponse. a) le reste 2 revient sans fin · b) 0,67 ; 0,83 ; 0,14.

Correction de l'exercice 5 – Du quotient à la fraction

Le quotient $a \div b$ s'écrit directement sous forme de fraction, le dividende au numérateur et le diviseur au dénominateur :

$$a \div b = \frac{a}{b}$$

a) $5 \div 8 = \frac{5}{8}$; $12 \div 7 = \frac{12}{7}$; $6 \div 4 = \frac{6}{4}$.

b) 6 et 4 sont pairs : $\frac{6}{4} = \frac{6 \div 2}{4 \div 2} = \frac{3}{2}$. Et $3 \div 2 = 1,5$.

Contrôle : $4 \times 1,5 = 6$, on retrouve bien le dividende.

Réponse. a) $\frac{5}{8}$; $\frac{12}{7}$; $\frac{6}{4}$ · b) $\frac{3}{2} = 1,5$.

Correction de l'exercice 6 – Trois pizzas pour quatre

a) Chaque enfant reçoit un quart de chaque pizza, soit 3 quarts en tout :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Chaque enfant reçoit $\frac{3}{4}$ de pizza.

b) Partager 3 pizzas entre 4, c'est calculer $3 \div 4$. On retrouve que $3 \div 4 = \frac{3}{4}$. En posant la division : $30 \div 4 = 7$ reste 2, $20 \div 4 = 5$, donc 0,75 pizza.

Contrôle : $4 \times 0,75 = 3$ pizzas, tout est distribué.

Réponse. a) $\frac{3}{4}$ de pizza · b) $3 \div 4 = 0,75$.

Correction de l'exercice 7 - Partager un ruban

a) Partager 5 m en 3, c'est calculer $5 \div 3$:

$$5 \div 3 = \frac{5}{3}$$

Comme $5 = 3 + 2$, on a $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}$: un morceau mesure 1 m et deux tiers de mètre.

b) $5 \div 3 = 1,666\dots$ Au centimètre, c'est-à-dire au centième de mètre : les millièmes valent $6 \geq 5$, donc 1,67 m.

Remarque. $3 \times 1,67 = 5,01$: la valeur approchée ne tombe pas juste, seule la fraction $\frac{5}{3}$ est exacte.

Réponse. a) $\frac{5}{3}$ m = $1 + \frac{2}{3}$ m · b) environ 1,67 m.

Correction de l'exercice 8 - Passer par les centièmes

Les dénominateurs 25, 20, 50 et 4 divisent tous 100. On multiplie numérateur et dénominateur par le même nombre :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

$$\text{a) } 100 = 25 \times 4 : \frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 0,12.$$

$$\text{b) } 100 = 20 \times 5 : \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35.$$

$$\text{c) } 100 = 50 \times 2 : \frac{9}{50} = \frac{18}{100} = 0,18.$$

$$\text{d) } 100 = 4 \times 25 : \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75.$$

Réponse. a) 0,12 · b) 0,35 · c) 0,18 · d) 0,75.

Correction de l'exercice 9 - Fraction, décimal ou les deux ?

Le nombre manquant de $b \times \dots = a$ est la fraction $\frac{a}{b}$:

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

$$\text{a) } \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5 : \text{écriture décimale exacte. Contrôle : } 4 \times 2,5 = 10.$$

$$\text{b) } \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75 : \text{écriture décimale exacte. Contrôle : } 8 \times 0,75 = 6.$$

c) $\frac{1}{3} = 0,333\dots$: la division ne s'arrête pas. Aucun nombre décimal multiplié par 3 ne donne exactement 1 ; la réponse exacte est $\frac{1}{3}$.

Réponse. a) $2,5 \cdot$ b) $0,75 \cdot$ c) $\frac{1}{3}$ (pas d'écriture décimale exacte).

Correction de l'exercice 10 - Placer des quotients

L'unité est partagée en 4 : chaque graduation vaut $\frac{1}{4}$. On écrit les deux quotients en quarts.

— $7 \div 4 = \frac{7}{4}$: P est à 7 graduations de 0, c'est-à-dire 3 graduations après 1.

— $3 \div 2 = \frac{3}{2}$, et comme $4 = 2 \times 2$:

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{6}{4}$$

Q est à 6 graduations de 0, au milieu entre 1 et 2.

En décimal : $P = 1,75$ et $Q = 1,5$, et Q est bien à gauche de P .

Réponse. P à $\frac{7}{4} = 1,75$; Q à $\frac{6}{4} = 1,5$.



Correction de l'exercice 11 - Fraction contre décimal

On écrit chaque fraction en décimal, puis on compare rang par rang.

a) $3 \div 8 = 0,375$ et $0,4 = 0,400$:

$$\frac{3}{8} = 0,375 < 0,400$$

b) $\frac{7}{4} = 1,75 > 1,70$, donc $\frac{7}{4} > 1,7$.

c) $\frac{2}{3} = 0,666\dots$ Au rang des centièmes : $6 < 7$, donc $\frac{2}{3} < 0,67$.

Piège. En c), 0,67 n'est qu'une valeur approchée de $\frac{2}{3}$: les deux nombres ne sont pas égaux, et 0,67 est un peu plus grand.

Réponse. a) $\frac{3}{8} < 0,4$ · b) $\frac{7}{4} > 1,7$ · c) $\frac{2}{3} < 0,67$.

Correction de l'exercice 12 - Contrôler par une multiplication

Si $\frac{a}{b} = q$, alors $b \times q = a$. On vérifie donc :

$$b \times q \stackrel{?}{=} a$$

a) $4 \times 3,25 = 13$: **juste**.

b) $7 \times 0,28 = 1,96 \neq 2$: **faux**. $\frac{2}{7} = 0,2857\dots$; 0,28 en est seulement une valeur approchée (par défaut).

c) $12 \times 0,75 = 9$: **juste**. En effet $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

Réponse. a) juste · b) faux (valeur approchée) · c) juste.

Correction de l'exercice 13 - Prix à l'unité

Le prix d'une unité est un quotient : le prix total divisé par le nombre d'unités.

$$\text{prix d'une unité} = \frac{\text{prix total}}{\text{nombre d'unités}}$$

a) $\frac{5}{4} = 5 \div 4 = 1,25$ € : un croissant coûte 1,25 €.

b) $\frac{7}{3} = 7 \div 3 = 2,333\dots$ € : le prix exact est $\frac{7}{3}$ €, soit environ 2,33 € au centime (millièmes $3 < 5$).

Contrôle de a) : $4 \times 1,25 = 5$ €.

Réponse. a) 1,25 € · b) $\frac{7}{3}$ €, environ 2,33 €.

Correction de l'exercice 14 - La moyenne est un quotient

La moyenne est la somme des notes divisée par le nombre de notes :

$$\text{moyenne} = \frac{14 + 11 + 12}{3}$$

a) $14 + 11 + 12 = 37$, donc la moyenne est $\frac{37}{3}$.

b) $37 \div 3 = 12$ reste 1 ; $10 \div 3 = 3$ reste 1 ; $10 \div 3 = 3\dots$ donc 12,333... Au dixième : les centièmes valent $3 < 5$, on garde 12,3.

La moyenne d'Inès est $\frac{37}{3}$, environ 12,3 sur 20.

Réponse. a) $\frac{37}{3}$ · b) environ 12,3.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Faux.** $3 \times 0,3 = 0,9 \neq 1$. $\frac{1}{3} = 0,333\dots$ n'a pas d'écriture décimale exacte.

b) **Vrai.** $5 \div 2 = 2,5$, et $2 \times 2,5 = 5$.

c) **Vrai.** C'est la définition :

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

d) **Faux.** $\frac{4}{5} = 4 \div 5 = 0,8$; alors que $5 \div 4 = 1,25$. Le numérateur est le **dividende**.

Réponse. a) faux · b) vrai · c) vrai · d) faux ($\frac{4}{5} = 4 \div 5$).