

Plaquette 1 – Lire, écrire, comparer et utiliser les fractions

Fractions : introduction — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Vocabulaire. Dans $\frac{a}{b}$, a est le **numérateur** (le nombre de parts prises) et b le **dénominateur** (le nombre de parts égales dans le tout). Le dénominateur n'est jamais nul.

Fractions égales : on ne change pas une fraction en multipliant (ou en divisant) le numérateur **et** le dénominateur par le même nombre non nul :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

Comparer à 1 : $\frac{a}{b} < 1$ si $a < b$; $\frac{a}{b} = 1$ si $a = b$; $\frac{a}{b} > 1$ si $a > b$.

Comparer deux fractions :

- même dénominateur : la plus grande a le plus grand numérateur ;
- sinon, on les écrit avec le **même dénominateur**.

Quotient : $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b , donne a ; c'est le résultat de $a \div b$.

Fraction d'une quantité : $\frac{a}{b}$ de N , c'est

$$N \div b \times a$$

À connaître : $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{1}{4} = 0,25$; $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{1}{5} = 0,2$; $\frac{1}{10} = 0,1$.

Correction de l'exercice 1 – Lire une fraction

a) Le **numérateur** est le nombre du haut, 5 ; le **dénominateur** est le nombre du bas, 8.

b) Le dénominateur indique en combien de parts **égales** on partage le tout, le numérateur combien on en prend :

$$\frac{5}{8} = 5 \text{ parts sur } 8 \text{ parts égales}$$

Par exemple, une pizza coupée en 8 parts égales dont on mange 5 parts.

c) On prend 5 parts alors qu'il y en a 8 dans le tout : on prend **moins** que la totalité. Comme $5 < 8$, la fraction est **inférieure à 1**.

- **À retenir** : une fraction dont le numérateur est plus petit que le dénominateur est toujours inférieure à 1.

Réponse. a) 5 et 8 · b) 5 parts sur 8 · c) inférieure à 1.

Correction de l'exercice 2 – Fraction d'une figure

a) Le rectangle est partagé en 6 parts **égales** (c'est le dénominateur) et 4 parts sont coloriées (c'est le numérateur).

$$\text{fraction coloriée} = \frac{4}{6}$$

b) On peut diviser le numérateur et le dénominateur par 2 :

$$- \frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}.$$

Vérification sur la figure : si l'on regroupe les parts deux par deux, on obtient 3 grandes parts, dont 2 sont coloriées : c'est bien $\frac{2}{3}$ du rectangle.

— **Attention** : cela ne marche que si les parts sont **égales** ; avec des parts de tailles différentes, compter les parts ne donne pas la fraction.

Réponse. a) $\frac{4}{6}$ · b) $\frac{2}{3}$.

Correction de l'exercice 3 - Fractions égales

On utilise la règle du cours : on multiplie (ou on divise) le numérateur **et** le dénominateur par le **même** nombre.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

a) Le dénominateur passe de 3 à 12 : on l'a multiplié par 4. On multiplie donc aussi le numérateur par 4 : $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$.

b) Le numérateur passe de 5 à 15 : multiplié par 3. Le dénominateur devient $4 \times 3 = 12$: $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$.

c) Le numérateur passe de 9 à 3 : **divisé** par 3. Le dénominateur devient $12 \div 3 = 4$: $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

— **Contrôle de a)** : $2 \div 3 \approx 0,667$ et $8 \div 12 \approx 0,667$ ✓

Réponse. a) 8 · b) 12 · c) 4 .

Correction de l'exercice 4 - Simplifier une fraction

Simplifier, c'est **diviser** le numérateur et le dénominateur par un même nombre, et recommencer tant que c'est possible.

a) 6 et 8 sont dans la table de 2 : $\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$. On ne peut plus simplifier (3 et 4 n'ont pas de diviseur commun autre que 1).

b) 15 et 25 sont dans la table de 5 : $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.

c) 24 et 36 sont dans la table de 12 :

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{2}{3}$$

On pouvait aussi diviser par 2, puis encore par 2, puis par 3 : $\frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

— **Contrôle** : $2 \div 3 \approx 0,667$ et $24 \div 36 \approx 0,667$ ✓

Réponse. a) $\frac{3}{4}$ · b) $\frac{3}{5}$ · c) $\frac{2}{3}$.

Correction de l'exercice 5 - Comparer à 1

On compare le numérateur (parts prises) au dénominateur (parts dans le tout) :

$$\frac{a}{b} < 1 \text{ si } a < b \quad \frac{a}{b} = 1 \text{ si } a = b \quad \frac{a}{b} > 1 \text{ si } a > b$$

— $\frac{7}{9}$: $7 < 9$, on prend 7 parts sur 9, donc **inférieure** à 1.

— $\frac{11}{11}$: on prend toutes les parts, la fraction vaut **exactement** 1.

- $\frac{13}{8}$: $13 > 8$, on prend plus d'un tout, donc **supérieure** à 1 (c'est 1 tout et 5 huitièmes).
- $\frac{100}{99}$: $100 > 99$, donc **supérieure** à 1, mais de très peu ($\approx 1,01$).

Réponse. $\frac{7}{9} < 1$; $\frac{11}{11} = 1$; $\frac{13}{8} > 1$; $\frac{100}{99} > 1$.

Correction de l'exercice 6 - Même dénominateur ou même numérateur

a) **Même dénominateur** : les deux fractions parlent de septièmes. Avec 5 septièmes, on a plus qu'avec 3 septièmes :

$$\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$$

b) **Même numérateur** : on prend 2 parts dans les deux cas, mais des parts de tailles différentes. Un tiers est **plus grand** qu'un cinquième (partager en 3 donne des parts plus grosses que partager en 5). Donc 2 tiers valent plus que 2 cinquièmes :

$$\frac{2}{5} < \frac{2}{3}.$$

$$\text{— Contrôle : } \frac{2}{5} = 0,4 \text{ et } \frac{2}{3} \approx 0,67 \checkmark$$

— **Piège** : à numérateur égal, c'est la fraction au **plus petit** dénominateur qui est la plus grande.

Réponse. a) $\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$ · b) $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$.

Correction de l'exercice 7 - Comparer avec un dénominateur commun

Les dénominateurs sont différents : on écrit une des fractions avec le dénominateur de l'autre, grâce à la règle

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

$$\text{a) } 8 = 4 \times 2, \text{ donc } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}. \text{ Or } \frac{6}{8} > \frac{5}{8}, \text{ donc } \frac{3}{4} > \frac{5}{8}.$$

$$\text{b) } 12 = 3 \times 4, \text{ donc } \frac{2}{3} = \frac{8}{12}. \text{ Or } \frac{8}{12} > \frac{7}{12}, \text{ donc } \frac{2}{3} > \frac{7}{12}.$$

$$\text{— Contrôle par les écritures décimales : } \frac{3}{4} = 0,75 > \frac{5}{8} = 0,625 \checkmark$$

— **Méthode** : on cherche si un dénominateur est un **multiple** de l'autre ; c'est alors lui qu'on garde.

Réponse. a) $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$ · b) $\frac{2}{3} > \frac{7}{12}$.

Correction de l'exercice 8 - Écriture décimale

Une fraction est un **quotient** : on effectue la division du numérateur par le dénominateur.

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

$$\text{— } \frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75 \text{ (trois quarts, comme } 0,75 \text{ €} = 3 \text{ pièces de } 0,25 \text{ €)}.$$

$$\text{— } \frac{7}{10} = 0,7 \text{ (sept dixièmes).}$$

$$\text{— } \frac{5}{2} = 5 \div 2 = 2,5 : \text{ c'est plus que } 1, \text{ puisque } 5 > 2.$$

- $\frac{1}{8} = 1 \div 8 = 0,125$ (la moitié de $\frac{1}{4} = 0,25$).
- **Remarque** : certaines fractions n'ont pas d'écriture décimale exacte, comme $\frac{1}{3} = 0,333\dots$; on en donne alors une valeur approchée.

Réponse. 0,75 ; 0,7 ; 2,5 ; 0,125.

Correction de l'exercice 9 - De l'écriture décimale à la fraction

On lit le nombre décimal en dixièmes ou en centièmes, puis on simplifie.

- $0,6 = \text{« 6 dixièmes »} : \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (on divise par 2).
- $1,25 = \text{« 125 centièmes »}$, puis on divise par 25 :

$$1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$
- $0,04 = \text{« 4 centièmes »} : \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ (on divise par 4).
- **Contrôle** : $5 \div 4 = 1,25 \checkmark$ et $1 \div 25 = 0,04 \checkmark$
- **Méthode** : le nombre de chiffres après la virgule donne le dénominateur (1 chiffre : 10 ; 2 chiffres : 100).

Réponse. $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{1}{25}$.

Correction de l'exercice 10 - Prendre une fraction d'une quantité

Prendre $\frac{a}{b}$ d'une quantité N , c'est la partager en b parts égales et en prendre a :

$$\frac{a}{b} \text{ de } N = N \div b \times a$$

- a) $20 \div 4 = 5$ bonbons par part, et 3 parts : $5 \times 3 = 15$ bonbons.
- b) $35 \div 5 = 7$ € par part, et 2 parts : 14 €.
- c) Une heure = 60 min ; $60 \div 6 = 10$ min par part, et 5 parts : 50 minutes.
- **Contrôle de a)** : $\frac{3}{4}$ est un peu moins que le tout, et 15 est un peu moins que 20 $\checkmark$
- **Autre calcul** : on peut aussi multiplier d'abord puis diviser, $20 \times 3 \div 4 = 60 \div 4 = 15$.

Réponse. a) 15 bonbons · b) 14 € · c) 50 minutes.

Correction de l'exercice 11 - Placer des fractions sur une droite graduée

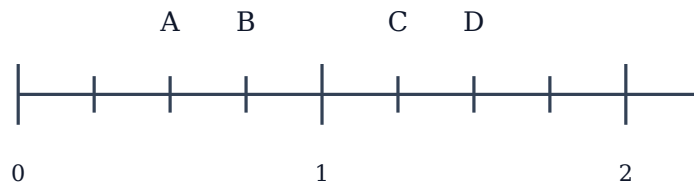
Chaque graduation vaut **un quart** d'unité, $\frac{1}{4}$. On compte les quarts depuis 0.

- $A\left(\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, donc 2 graduations après 0.
- $B\left(\frac{3}{4}\right) : 3$ graduations après 0.
- $C\left(\frac{5}{4}\right) : 5$ graduations, soit 1 graduation après le 1 (car $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$).
- $D\left(\frac{3}{2}\right) : \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$, soit 6 graduations, au milieu entre 1 et 2.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = 1,5$$

— **Contrôle** : l'ordre sur la droite est A, B, C, D , et en effet $0,5 < 0,75 < 1,25 < 1,5$ ✓

Réponse. Abscisses 0,5 ; 0,75 ; 1,25 ; 1,5 (2, 3, 5 et 6 quarts).



Les quatre points placés

Correction de l'exercice 12 - Une fraction entre deux entiers

a) On cherche combien de fois 3 « entre » dans 7 : $3 \times 2 = 6 \leq 7 < 9 = 3 \times 3$. Donc $\frac{7}{3}$ est entre 2 et 3.

b) $7 = 3 \times 2 + 1$: on a 2 unités complètes (chacune vaut $\frac{3}{3}$) et il reste 1 tiers.

$$\frac{7}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$$

c) $7 \div 3 = 2,333\dots$, soit 2,33 au centième près.

— **Interprétation** : 7 tiers de gâteau, c'est 2 gâteaux entiers et encore un tiers.

— **Vérification** : $3 \times 2,33 = 6,99$, très proche de 7 ✓

Réponse. a) entre 2 et 3 · b) $2 + \frac{1}{3}$ · c) $\approx 2,33$.

Correction de l'exercice 13 - Le partage d'un gâteau

a) On calcule chaque fraction de 12 parts, avec $\frac{a}{b}$ de $N = N \div b \times a$:

— Léa : $12 \div 4 \times 1 = 3$ parts ;

— Tom : $12 \div 3 \times 1 = 4$ parts.

b) Ils ont mangé $3 + 4 = 7$ parts ; il en reste $12 - 7 = 5$.

$$\text{fraction restante} = \frac{5}{12}$$

— **Remarque** : Tom a mangé plus que Léa, ce qui est cohérent avec $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ (un tiers est une plus grosse part qu'un quart).

— **Contrôle** : $\frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{12}{12} = 1$, le gâteau entier ✓

Réponse. a) Léa 3 parts, Tom 4 parts · b) $\frac{5}{12}$.

Correction de l'exercice 14 - Les élèves d'une classe

a) On prend une fraction de 28 :

— cantine : $28 \div 7 \times 3 = 4 \times 3 = 12$ élèves ;

— chez eux : $28 \div 4 \times 1 = 7$ élèves.

b) Il reste $28 - 12 - 7 = 9$ élèves.

$$\text{fraction} = \frac{9}{28}$$

Cette fraction ne se simplifie pas (9 et 28 n'ont pas de diviseur commun autre que 1).

— **Contrôle** : $12 + 7 + 9 = 28$ ✓

— **Remarque** : 28 est à la fois dans la table de 7 et dans celle de 4 ; c'est ce qui permet de calculer ces deux fractions exactement.

Réponse. a) 12 et 7 élèves · b) 9 élèves, soit $\frac{9}{28}$.

Correction de l'exercice 15 - Vrai ou faux

a) **Vrai** : en multipliant numérateur et dénominateur par 2, on obtient

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

b) **Faux** : même numérateur 3, mais un cinquième est plus petit qu'un quart. Donc $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$ (en décimal, $0,6 < 0,75$).

c) **Faux** : $1 \div 3 = 0,333\dots$; 0,3 n'en est qu'une valeur approchée. En effet $3 \times 0,3 = 0,9 \neq 1$.

d) **Vrai** : on prend les 4 parts sur 4, c'est le tout.

— **Méthode** : pour réfuter une égalité, un calcul de vérification suffit (ici $3 \times 0,3 \neq 1$).

Réponse. a) vrai · b) faux · c) faux · d) vrai.