

Plaquette 1 - Des chances à la probabilité

Probabilités — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Situation d'équiprobabilité : tous les résultats possibles ont autant de chances de se produire (dé équilibré, pièce équilibrée, boules de même taille tirées au hasard...).

Probabilité d'un événement :

$$\text{probabilité} = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

« a chances sur b » s'écrit $\frac{a}{b}$.

Toujours entre 0 et 1.

- 0 : l'événement est **impossible** (aucun résultat favorable) ;
- 1 : l'événement est **certain** (tous les résultats sont favorables) ;
- $\frac{1}{2}$: une chance sur deux.

Correction de l'exercice 1 - Lancer un dé

Le dé est équilibré : les 6 résultats possibles ont autant de chances de sortir. On compte, à chaque fois, les résultats favorables.

- a) Un seul résultat convient, le 4 : la probabilité est $\frac{1}{6}$.
b) Les nombres pairs sont 2, 4 et 6, soit 3 résultats : $\frac{3}{6}$, ce qui s'écrit aussi $\frac{1}{2}$.
c) Les nombres 5 et 6 conviennent :

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

On a une chance sur trois d'obtenir 5 ou 6.

Réponse. a) $\frac{1}{6}$ — b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ — c) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 2 - Une urne

L'urne contient $3 + 5 + 2 = 10$ boules, qui ont toutes la même chance d'être tirées.

$$P(\text{rouge}) = \frac{3}{10} \quad P(\text{verte}) = \frac{5}{10} \quad P(\text{bleue}) = \frac{2}{10}$$

La boule verte est la plus probable. On remarque que

$$\frac{3}{10} + \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

car on est certain de tirer une boule de l'une des trois couleurs.

Réponse. Rouge : $\frac{3}{10}$; verte : $\frac{5}{10}$; bleue : $\frac{2}{10}$.

Correction de l'exercice 3 - De « chances sur » à la fraction

« a chances sur b » se traduit par la fraction $\frac{a}{b}$.

- a) La probabilité que Léa gagne est $\frac{1}{4}$.
b) La probabilité qu'il pleuve est $\frac{7}{10}$.
c) La probabilité de marquer est $\frac{15}{20}$, que l'on peut simplifier :
- $$\frac{15}{20} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4}$$

15 chances sur 20, c'est autant que 3 chances sur 4.

Réponse. a) $\frac{1}{4}$ — b) $\frac{7}{10}$ — c) $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$.

Correction de l'exercice 4 - Une roue de loterie

Les 8 secteurs ont la même taille : la flèche a autant de chances de s'arrêter sur chacun d'eux.

- Secteur coloré : 3 secteurs favorables sur 8, donc une probabilité de $\frac{3}{8}$.
- Secteur blanc : $8 - 3 = 5$ secteurs, donc une probabilité de $\frac{5}{8}$.

Les deux probabilités se complètent :

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

La flèche a plus de chances de s'arrêter sur un secteur blanc.

Réponse. Coloré : $\frac{3}{8}$; blanc : $\frac{5}{8}$.

Correction de l'exercice 5 - Impossible ou certain

On compte les résultats favorables parmi les 6 résultats possibles.

- a) Aucune face ne porte le 7 : 0 résultat favorable, la probabilité est $\frac{0}{6} = 0$. L'événement est **impossible**.
b) Tous les résultats (1 à 6) sont inférieurs à 10 :

$$\frac{6}{6} = 1$$

L'événement est **certain**.

- c) Les six faces portent des nombres entiers : probabilité 1, l'événement est certain.
Une probabilité ne peut pas être inférieure à 0, ni supérieure à 1.

Réponse. a) 0 (impossible) — b) 1 (certain) — c) 1 (certain).

Correction de l'exercice 6 - Un jeu de cartes

Les 32 cartes ont la même chance d'être tirées.

- a) Il y a 8 cœurs : $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.
b) Il y a 4 as, un par couleur : $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.
c) Il n'y a qu'un as de cœur :

$$\frac{1}{32}$$

Plus l'événement est précis, moins il a de chances de se produire : $\frac{1}{32}$ est plus petit que

$\frac{1}{8}$, qui est plus petit que $\frac{1}{4}$.

Réponse. a) $\frac{1}{4}$ — b) $\frac{1}{8}$ — c) $\frac{1}{32}$.

Correction de l'exercice 7 - Un quadrillage au hasard

Le quadrillage compte $5 \times 4 = 20$ cases, et 6 d'entre elles sont colorées. La probabilité est

$$\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

On a 3 chances sur 10 de tomber sur une case colorée.

Contrôle : la probabilité de tomber sur une case blanche vaut $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$, et $\frac{3}{10} + \frac{7}{10} = 1$.

Réponse. $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

Correction de l'exercice 8 - Les lettres d'un mot

Le mot MATHEMATIQUES compte 13 lettres, donc 13 cartes.

— La lettre M apparaît 2 fois : la probabilité est $\frac{2}{13}$.

— Les voyelles sont A, E, A, I, U, E, soit 6 lettres :

$$P(\text{voyelle}) = \frac{6}{13}$$

On compte bien chaque carte, même quand plusieurs portent la même lettre : il y a deux cartes M, donc deux résultats favorables.

Réponse. M : $\frac{2}{13}$; voyelle : $\frac{6}{13}$.

Correction de l'exercice 9 - Repérer une erreur

Non. Il y a bien deux couleurs, mais les deux couleurs n'ont pas autant de chances de sortir : il y a plus de boules noires que de rouges.

On compte les boules, qui, elles, ont toutes la même chance d'être tirées : 4 rouges sur 10 boules.

$$P(\text{rouge}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

C'est moins qu'une chance sur deux. Tom aurait raison seulement s'il y avait autant de boules rouges que de boules noires.

Réponse. Non : $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, et non $\frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 10 - Une probabilité impossible

Une probabilité est le quotient du nombre de résultats favorables par le nombre de résultats possibles. Le nombre de résultats favorables ne peut pas dépasser le nombre de résultats possibles, donc une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1.

a) $\frac{3}{4}$ est entre 0 et 1 : c'est possible.

b) $\frac{5}{4}$ est plus grand que 1 :

$$\frac{5}{4} = 1,25$$

ce n'est pas une probabilité.

c) 0,9 est possible.

d) 1 est possible : c'est la probabilité d'un événement certain.

Réponse. a) oui — b) non ($\frac{5}{4} > 1$) — c) oui — d) oui.

Correction de l'exercice 11 - Compléter une urne

Une chance sur deux signifie qu'il y a autant de boules rouges que de boules jaunes. Il y a 3 boules jaunes : il faut donc 3 boules rouges, c'est-à-dire en ajouter 1.

Vérification : l'urne contient alors 6 boules, dont 3 rouges,

$$P(\text{rouge}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

On peut aussi chercher par essais : avec 2 rouges, $\frac{2}{5}$; avec 3 rouges, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Réponse. Il faut ajouter 1 boule rouge.

Correction de l'exercice 12 - Le jour de naissance

Une semaine compte 7 jours, qui ont tous la même chance d'être choisis.

— Week-end : samedi et dimanche, soit 2 jours, donc une probabilité de $\frac{2}{7}$.

— Les jours qui commencent par M sont mardi et mercredi :

$$\frac{2}{7}$$

Les deux événements ont la même probabilité, bien qu'ils ne concernent pas les mêmes jours : ce qui compte, c'est le nombre de résultats favorables.

Réponse. Week-end : $\frac{2}{7}$; initiale M : $\frac{2}{7}$.

Correction de l'exercice 13 - Une pièce et un dé

Pour Léo, un résultat favorable sur deux : la probabilité est $\frac{1}{2}$.

Pour Inès, 3 résultats favorables sur 6 :

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Les deux probabilités sont égales : Léo et Inès ont exactement autant de chances de gagner, même si les deux jeux sont différents.

Réponse. Autant de chances : $\frac{1}{2}$ chacun.

Correction de l'exercice 14 - Un sac de bonbons

a) Il y a $12 - 5 - 4 = 3$ bonbons à la menthe.

b) La probabilité est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

c) « Ne pas prendre un bonbon à la fraise », c'est prendre un bonbon au citron ou à la menthe : $4 + 3 = 7$ bonbons.

$$P = \frac{7}{12}$$

Autre raisonnement : $12 - 5 = 7$ bonbons ne sont pas à la fraise.

Réponse. a) 3 — b) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ — c) $\frac{7}{12}$.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : la tombola

Les 200 tickets ont la même chance d'être achetés.

a) Un seul ticket fait gagner le vélo : $\frac{1}{200}$.

b) Les tickets gagnants sont $1 + 9 + 40 = 50$:

$$\frac{50}{200} = \frac{1}{4}$$

c) Les tickets perdants sont $200 - 50 = 150$, d'où une probabilité de $\frac{150}{200} = \frac{3}{4}$. On vérifie que $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$: on gagne ou on perd, forcément.

Réponse. a) $\frac{1}{200}$ — b) $\frac{50}{200} = \frac{1}{4}$ — c) $\frac{150}{200} = \frac{3}{4}$.