

Plaquette 3 - Deux étapes : tableaux et arbres

Probabilités — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Recenser les résultats.

- **Tableau à double entrée** : la première étape en ligne, la seconde en colonne ; chaque case est un résultat.
- **Arbre** : une branche par résultat de la première étape, puis, au bout de chacune, une branche par résultat de la seconde ; chaque chemin est un résultat.

Nombre de résultats : pour a résultats à la première étape et b à la seconde, il y en a $a \times b$ (deux dés : $6 \times 6 = 36$).

Probabilité quand tous les résultats ont la même chance :

$$\text{probabilité} = \frac{\text{nombre de cases (ou chemins) favorables}}{\text{nombre total de cases (ou chemins)}}$$

Correction de l'exercice 1 - Deux pièces

L'arbre a deux branches (P ou F) pour la première pièce, puis deux branches pour la seconde : $2 \times 2 = 4$ chemins, PP, PF, FP et FF, qui ont tous la même chance.

a) Un seul chemin donne deux « pile » : $\frac{1}{4}$.

b) Deux chemins donnent une « pile » et une « face » (PF et FP) :

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Il ne faut pas oublier que « pile puis face » et « face puis pile » sont deux résultats différents.

Réponse. a) $\frac{1}{4}$ — b) $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 2 - La somme de deux dés

Le tableau compte $6 \times 6 = 36$ cases, toutes aussi probables :

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

La somme 7 apparaît dans 6 cases (une diagonale) : $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. La somme 12 n'apparaît qu'une fois : $\frac{1}{36}$.

Réponse. Somme 7 : $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$; somme 12 : $\frac{1}{36}$.

Correction de l'exercice 3 - Une pièce et un dé

Il y a 2 résultats pour la pièce et 6 pour le dé, soit

$$2 \times 6 = 12$$

résultats possibles : P1, P2, ..., P6, F1, ..., F6.

Les résultats favorables sont P2, P4 et P6, soit 3 résultats. La probabilité est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

On peut le retrouver autrement : la pièce donne « pile » une fois sur deux, et le dé un nombre pair une fois sur deux.

Réponse. 12 résultats ; probabilité $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

Correction de l'exercice 4 - Composer un menu

L'arbre a 2 branches pour l'entrée, puis 3 branches pour le plat : $2 \times 3 = 6$ menus, qui ont tous la même chance.

— « Salade et pâtes » est un seul menu : $\frac{1}{6}$.

— Le poisson apparaît dans 2 menus (salade-poisson et soupe-poisson) :

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ce résultat était prévisible : le poisson est un plat sur trois.

Réponse. 6 menus ; $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 5 - Deux sacs

On dresse le tableau des $2 \times 3 = 6$ résultats :

	Rouge (B)	Verte (B)	Bleue (B)
Rouge (A)	R-R	R-V	R-B
Verte (A)	V-R	V-V	V-B

Deux cases donnent la même couleur : R-R et V-V. La probabilité vaut

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Les quatre autres cases donnent deux couleurs différentes : on a donc deux fois plus de chances d'obtenir deux couleurs différentes.

Réponse. $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 6 - Un code à deux chiffres

Pour chacun des 3 premiers chiffres, il y a 3 seconds chiffres possibles : $3 \times 3 = 9$ codes (11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33).

Les codes à deux chiffres identiques sont 11, 22 et 33 :

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Pour ouvrir le cadenas en essayant un code au hasard, on n'aurait qu'une chance sur 9.

Réponse. 9 codes ; probabilité $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 7 - La somme la plus probable

Dans le tableau des sommes (36 cases), on compte les cases de chaque somme : 2 (une case), 3 (deux), 4 (trois), 5 (quatre), 6 (cinq), 7 (six), puis cela redescend jusqu'à 12 (une case).

La somme 7 est la plus probable :

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

La somme 2 n'est obtenue que par $1 + 1$, et la somme 12 que par $6 + 6$: une seule case chacune, alors que 7 s'obtient de six façons ($1 + 6$, $2 + 5$, $3 + 4$, $4 + 3$, $5 + 2$, $6 + 1$).

Réponse. La somme 7, avec $\frac{1}{6}$; 2 et 12 n'ont qu'une case chacune.

Correction de l'exercice 8 - Un produit pair

Un produit est impair seulement si les deux nombres sont impairs. Les nombres impairs d'un dé sont 1, 3 et 5 : il y a $3 \times 3 = 9$ cases où le produit est impair.

Le produit est donc pair dans $36 - 9 = 27$ cases :

$$\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

Il est plus simple ici de compter les cases défavorables, puis de les retirer du total.

Réponse. $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$.

Correction de l'exercice 9 - Trois lancers d'une pièce

Chaque lancer double le nombre de chemins : $2 \times 2 \times 2 = 8$ chemins (PPP, PPF, PFP, PFF, FPP, FPF, FFP, FFF).

— Trois « pile » : un seul chemin, $\frac{1}{8}$.

— « Au moins une face » regroupe tous les chemins sauf PPP :

$$\frac{7}{8}$$

Il est plus rapide de compter le seul chemin qui ne convient pas que les sept qui conviennent.

Réponse. 8 chemins ; $\frac{1}{8}$; $\frac{7}{8}$.

Correction de l'exercice 10 - Repérer une erreur

Les 11 sommes possibles n'ont pas toutes la même chance de sortir : elles ne sont pas équiprobables. Ce sont les 36 cases du tableau qui ont la même chance.

La somme 7 occupe 6 cases, donc sa probabilité est

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

plus grande que $\frac{1}{11}$. Sam ne pourrait raisonner sur les 11 sommes que si elles étaient toutes aussi probables, ce qui est faux.

Réponse. Les sommes ne sont pas équiprobables : la probabilité est $\frac{1}{6}$.

Correction de l'exercice 11 - Deux nombres pairs

Chaque dé a 3 faces paires (2, 4, 6). Dans le tableau, les cases où les deux nombres sont pairs sont au croisement d'une ligne paire et d'une colonne paire : $3 \times 3 = 9$ cases.

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Une chance sur quatre : c'est la même probabilité que d'obtenir deux « pile » avec deux pièces, car chaque dé a une chance sur deux d'être pair.

Réponse. $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Correction de l'exercice 12 - Une roue tournée deux fois

Il y a $4 \times 4 = 16$ résultats possibles, tous aussi probables (AA, AB, ..., DD).

Les résultats « même lettre » sont AA, BB, CC et DD, soit 4 résultats :

$$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Autre raisonnement : quelle que soit la première lettre, la seconde a une chance sur quatre d'être la même.

Réponse. $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

Correction de l'exercice 13 - Pierre, feuille, ciseaux

Le tableau compte $3 \times 3 = 9$ résultats, tous aussi probables.

- Égalité : les deux joueurs font le même choix, soit 3 cases, d'où $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
- Victoire du premier joueur : pierre contre ciseaux, ciseaux contre feuille, feuille contre pierre, soit 3 cases :

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Les deux joueurs ont autant de chances de gagner : le jeu est équitable.

Réponse. Égalité : $\frac{1}{3}$; victoire du premier : $\frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 14 - L'écart entre deux dés

On remplit le tableau des écarts et l'on compte les cases :

Écart	0	1	2	3	4	5
Nombre de cases	6	10	8	6	4	2

Le total vaut bien 36. L'écart 1 est le plus probable :

$$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

L'écart 5 est le plus rare : il ne s'obtient qu'avec 1 et 6, dans un sens ou dans l'autre.

Réponse. L'écart 1, avec $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : un jeu de dés

a) Les sommes 10, 11 et 12 occupent $3 + 2 + 1 = 6$ cases.

b) La probabilité de gagner est $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

c) Les sommes 6, 7 et 8 occupent $5 + 6 + 5 = 16$ cases :

$$\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

Cette règle est bien plus favorable : on gagnerait presque une fois sur deux, contre une fois sur six avec la première.

Réponse. a) 6 cases — b) $\frac{1}{6}$ — c) oui : $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$.