Plaquette 4 – Échelles : plans, cartes et maquettes

Proportionnalité — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Échelles.

— Une échelle de $\frac{1}{n}$ signifie que 1 cm sur le dessin représente n cm dans la réalité (**mêmes unités**).

longueur réelle = longueur sur le plan × n longueur sur le plan = longueur réelle ÷ n

— **Toujours convertir dans la même unité** avant de calculer, en général en cm : 1 m = 100 cm ; 1 km = 100 000 cm.

— **Trouver l'échelle** : on écrit la fraction, les deux longueurs dans la même unité.

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}$$

— Une échelle **plus petite que** 1 (plan, carte) réduit ; une échelle **plus grande que** 1 (dessin d'un insecte) agrandit : une échelle de 5 rend le dessin 5 fois plus grand que l'objet.

— Plus n est petit, plus la carte montre de détails : une carte au $\frac{1}{25\,000}$ est plus détaillée qu'une carte au $\frac{1}{100\,000}$.

Correction de l'exercice 1 – Un plan au centième

L'échelle $\frac{1}{100}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 100 cm en réalité :

$$\text{longueur réelle} = \text{longueur sur le plan} \times 100$$

— Couloir : $4{,}5 \times 100 = 450$ cm, soit 4,5 m.

— Pièce : $7{,}2 \times 100 = 720$ cm, soit 7,2 m.

À l'échelle $\frac{1}{100}$, « 1 cm sur le plan, 1 m en réalité » : le nombre de cm sur le plan est aussi le nombre de mètres réels.

Réponse. 4,5 m et 7,2 m.

Correction de l'exercice 2 – La carte de randonnée

1 cm sur la carte représente 25 000 cm en réalité.

a) On multiplie par 25 000 :

$$6 \times 25\,000 = 150\,000 \text{ cm}$$

Or 1 km = 100 000 cm, donc 150 000 cm = 1,5 km.

b) On convertit d'abord : 2 km = 200 000 cm. Puis on divise par 25 000 :
$200\,000 \div 25\,000 = 8$ cm.

Réponse. a) 1,5 km · b) 8 cm.

Correction de l'exercice 3 – Retrouver l'échelle

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

On exprime les deux longueurs **dans la même unité** (le cm), puis on écrit la fraction :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}$$

a) 50 m = 5 000 cm. Échelle : $\frac{5}{5\,000} = \frac{1}{1\,000}$ (on divise par 5).

b) 1,5 km = 150 000 cm. Échelle : $\frac{3}{150\,000} = \frac{1}{50\,000}$ (on divise par 3).

Piège. Écrire $\frac{5}{50}$ en a) : les longueurs ne sont pas dans la même unité.

Réponse. a) $\frac{1}{1\,000}$ · b) $\frac{1}{50\,000}$.

Correction de l’exercice 4 – Le plan du salon

a) À l’échelle $\frac{1}{100}$, on multiplie chaque longueur par 100 :

$$\text{longueur réelle} = \text{longueur sur le plan} \times 100$$

— $6 \times 100 = 600$ cm = 6 m ;
— $4 \times 100 = 400$ cm = 4 m.

b) On calcule l’aire avec les longueurs **réelles** : $6 \times 4 = 24$ m².

Piège. Calculer l’aire sur le plan (24 cm²) puis la multiplier par 100 donne 2 400 cm², c’est-à-dire 0,24 m² : c’est faux, l’échelle porte sur les longueurs, pas sur les aires.

Réponse. a) 6 m sur 4 m · b) 24 m².

Correction de l’exercice 5 – Dessiner une chambre

On convertit en cm, puis on divise par 50 :

$$\text{longueur sur le plan} = \text{longueur réelle} \div 50$$

— 3,5 m = 350 cm ; $350 \div 50 = 7$ cm.
— 2,8 m = 280 cm ; $280 \div 50 = 5{,}6$ cm.

Le rectangle mesure 7 cm sur 5,6 cm. Contrôle : $7 \times 50 = 350$ cm = 3,5 m.

Réponse. 7 cm sur 5,6 cm.

Correction de l’exercice 6 – Agrandir un insecte

Une échelle de 5 signifie que le dessin est 5 **fois plus grand** que la réalité :

$$\text{longueur sur le dessin} = \text{longueur réelle} \times 5$$

a) $8 \times 5 = 40$ mm, soit 4 cm.

b) Ici on connaît le dessin : la coccinelle réelle est 4 fois plus petite. 3 cm = 30 mm, et $30 \div 4 = 7{,}5$ mm.

Contrôle de b) : $7{,}5 \times 4 = 30$ mm.

Réponse. a) 4 cm · b) 7,5 mm.

Correction de l’exercice 7 – La maquette de voiture

La maquette est 20 fois plus petite que la voiture. On convertit en cm, puis on divise par 20 :

$$\text{longueur de la maquette} = \text{longueur réelle} \div 20$$

— Longueur : 4,2 m = 420 cm ; $420 \div 20 = 21$ cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Largeur : 1,8 m = 180 cm ; 180 ÷ 20 = 9 cm.

La maquette mesure 21 cm sur 9 cm.

Réponse. 21 cm sur 9 cm.

Correction de l’exercice 8 – La carte routière

1 cm sur la carte représente 200 000 cm, c’est-à-dire 2 km.

$$1 \text{ cm} \leftrightarrow 200\,000 \text{ cm} = 2 \text{ km}$$

a) $3{,}5 \times 2 = 7$ km.

b) On cherche combien de fois 2 km dans 12 km : $12 \div 2 = 6$ cm.

Cette carte est pratique pour un trajet en voiture, mais trop peu détaillée pour une randonnée.

Réponse. a) 7 km · b) 6 cm.

Correction de l’exercice 9 – Le tableau d’échelle

1 cm sur le plan représente 500 cm, c’est-à-dire 5 m. Le tableau est un tableau de proportionnalité : chaque centimètre du plan représente 5 m réels, on multiplie donc par 5 (des cm du plan vers les m réels) :

$$\text{réalité (m)} = \text{plan (cm)} \times 5$$

— 1 cm → 5 m ; 3 cm → 15 m ; 4,6 cm → 23 m.

— Pour 40 m, on divise par 5 : $40 \div 5 = 8$ cm.

Réponse. 5 m ; 15 m ; 23 m ; 8 cm.

Correction de l’exercice 10 – Le terrain de football

a) 1 cm sur le plan représente 1 000 cm = 10 m :

$$\text{longueur réelle (m)} = \text{longueur sur le plan (cm)} \times 10$$

— Longueur : $10{,}5 \times 10 = 105$ m ;

— largeur : $6{,}8 \times 10 = 68$ m.

b) Le tour du terrain est le périmètre du rectangle : $2 \times (105 + 68) = 2 \times 173 = 346$ m.

Réponse. a) 105 m sur 68 m · b) 346 m.

Correction de l’exercice 11 – Trois villages

1 cm sur la carte représente 50 000 cm, c’est-à-dire 0,5 km.

$$\text{distance réelle (km)} = \text{distance sur la carte (cm)} \times 0{,}5$$

— AB : $4 \times 0{,}5 = 2$ km ;

— BC : $3 \times 0{,}5 = 1{,}5$ km ;

— CA : $5 \times 0{,}5 = 2{,}5$ km.

Total : $2 + 1{,}5 + 2{,}5 = 6$ km. Autre calcul : $4 + 3 + 5 = 12$ cm sur la carte, et $12 \times 0{,}5 = 6$ km.

Réponse. 6 km.

Correction de l’exercice 12 – Deux cartes à comparer

On convertit 4 km = 400 000 cm, puis on divise par le dénominateur de l’échelle :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$\text{longueur sur la carte} = \text{longueur réelle} \div n$$

— Au $\frac{1}{25\,000}$: $400\,000 \div 25\,000 = 16$ cm.

— Au $\frac{1}{100\,000}$: $400\,000 \div 100\,000 = 4$ cm.

b) La route est dessinée 4 fois plus grande sur la première carte : c'est la carte au $\frac{1}{25\,000}$ qui est la plus détaillée.

Réponse. a) 16 cm et 4 cm · b) la carte au $\frac{1}{25\,000}$.

Correction de l'exercice 13 – « 1 cm pour 2 km »

a) On écrit les deux longueurs en cm : 2 km = 200 000 cm.

$$\text{échelle} = \frac{1}{200\,000}$$

b) Chaque centimètre représente 2 km : $13{,}5 \times 2 = 27$ km.

La légende « 1 cm pour 2 km » est une autre façon, plus parlante, d'écrire l'échelle.

Réponse. a) $\frac{1}{200\,000}$ · b) 27 km.

Correction de l'exercice 14 – Combien de temps de marche ?

Étape 1 : la distance réelle. On multiplie par 25 000 :

$$18 \times 25\,000 = 450\,000 \text{ cm} = 4{,}5 \text{ km}$$

Étape 2 : la durée. À vitesse régulière, la distance est proportionnelle à la durée. Le groupe parcourt 4,5 km en 1 heure, et l'itinéraire mesure exactement 4,5 km.

La randonnée dure 1 heure (sans compter les pauses).

Réponse. 1 heure.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : vrai ou faux

a) **Vrai.** 1 cm représente 100 cm, c'est-à-dire 1 m.

b) **Faux.** Une échelle plus grande que 1 **agrandit** : le dessin est trois fois plus grand que l'objet.

c) **Vrai.** $2 \times 50\,000 = 100\,000$ cm = 1 km.

d) **Faux.** On convertit 4 m = 400 cm, puis :

$$400 \div 200 = 2 \text{ cm}$$

La pièce mesure 2 cm sur le plan.

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) faux (2 cm).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).