Plaquette 2 – Raisonner sans tableau : linéarité et passage à l'unité

Proportionnalité — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Raisonner dans une situation de proportionnalité.

— **Multiplier ou diviser une quantité** : si l'on multiplie (ou divise) une quantité par un nombre, la quantité qui lui correspond est multipliée (ou divisée) par le même nombre.

$$\text{prix de } (3 \times 4) \text{ cahiers} = 3 \times \text{prix de 4 cahiers}$$

— **Additionner ou soustraire** : le prix de 4 + 2 objets est la somme du prix de 4 objets et du prix de 2 objets ; de même pour une différence.

— **Passer par l'unité** : on calcule la valeur pour 1, puis on multiplie.

$$\text{valeur pour } n = n \times \text{valeur pour 1}$$

— On choisit le raisonnement qui donne les calculs les plus simples, et on **contrôle** avec un autre.

— Une situation n'est proportionnelle que si le lien est le même pour toutes les quantités (même prix unitaire, même vitesse, même dosage…).

Correction de l'exercice 1 – Deux fois plus, deux fois moins

Le prix est proportionnel au nombre de cahiers : on raisonne sur les quantités.

a) $12 = 3 \times 4$: trois fois plus de cahiers coûtent trois fois plus cher.

$$\text{prix de } 12 = 3 \times 6 = 18 \text{ €}$$

b) $2 = 4 \div 2$: deux fois moins de cahiers coûtent deux fois moins cher, $6 \div 2 = 3$ €.

c) $6 = 4 + 2$: on additionne les prix, $6 + 3 = 9$ €.

Contrôle par l'unité : un cahier coûte $6 \div 4 = 1{,}50$ €, et $12 \times 1{,}50 = 18$ €.

Réponse. a) 18 € · b) 3 € · c) 9 €.

Correction de l'exercice 2 – Passer par l'unité

8 n'est ni un multiple ni un diviseur simple de 5 : on passe par le prix **d'un** stylo.

— Prix d'un stylo : $7{,}50 \div 5 = 1{,}50$ €.

— Prix de 8 stylos :

$$\text{prix de } 8 = 8 \times \text{prix de } 1 = 8 \times 1{,}50 = 12 \text{ €}$$

Contrôle : $8 = 5 + 3$; 3 stylos coûtent $3 \times 1{,}50 = 4{,}50$ € et $7{,}50 + 4{,}50 = 12$ €.

Réponse. 12 €.

Correction de l'exercice 3 – Choisir le bon raisonnement

On cherche à chaque fois un lien simple avec 6 kg ou avec une quantité déjà calculée.

a) $3 = 6 \div 2$: $9{,}60 \div 2 = 4{,}80$ €.

b) $9 = 6 + 3$: on additionne les prix,

$$9{,}60 + 4{,}80 = 14{,}40 \text{ €}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

c) $1 = 3 \div 3$: $4{,}80 \div 3 = 1{,}60$ €.
d) $10 = 10 \times 1$: $10 \times 1{,}60 = 16$ €.

Contrôle de b) par l'unité : $9 \times 1{,}60 = 14{,}40$ €.

Réponse. a) 4,80 € · b) 14,40 € · c) 1,60 € · d) 16 €.

Correction de l'exercice 4 – Compléter en raisonnant sur les colonnes

On relie chaque masse à 150 g :

$$\text{prix de } (k \times 150 \text{ g}) = k \times 2{,}40$$

— $300 = 2 \times 150$: $2 \times 2{,}40 = 4{,}80$ €.
— $450 = 3 \times 150$ (ou $300 + 150$) : 7,20 €.
— $750 = 5 \times 150$: $5 \times 2{,}40 = 12$ €.
— $50 = 150 \div 3$: $2{,}40 \div 3 = 0{,}80$ €.

Contrôle : $750 = 450 + 300$ et $7{,}20 + 4{,}80 = 12$ €.

Réponse. 4,80 € ; 7,20 € ; 12 € ; 0,80 €.

Correction de l'exercice 5 – Une différence de colonnes

$5 = 7 - 2$. Dans une situation de proportionnalité, on peut **soustraire** deux colonnes :

$$\text{prix de } (7 - 2) \text{ m} = \text{prix de } 7 \text{ m} - \text{prix de } 2 \text{ m}$$

— $45{,}50 - 13 = 32{,}50$ €.

5 m de tissu coûtent 32,50 €. Contrôle par l'unité : $13 \div 2 = 6{,}50$ € le mètre, et $5 \times 6{,}50 = 32{,}50$ €.

Réponse. 32,50 €.

Correction de l'exercice 6 – Un gâteau pour 12

12 n'est pas un multiple de 8, mais $12 = 8 + 4$, et 4 personnes, c'est la moitié de 8. Pour chaque ingrédient :

$$\text{quantité pour } 12 = \text{quantité pour } 8 + \text{quantité pour } 4$$

— Farine : $240 + 120 = 360$ g.
— Œufs : $6 + 3 = 9$ œufs.
— Sucre : $180 + 90 = 270$ g.
— Lait : $20 + 10 = 30$ cL.

Autre raisonnement : $12 = 8 \times 1{,}5$, et $240 \times 1{,}5 = 360$ g.

Réponse. 360 g de farine, 9 œufs, 270 g de sucre, 30 cL de lait.

Correction de l'exercice 7 – Le robinet qui fuit

La quantité d'eau perdue est proportionnelle à la durée.

a) Une journée dure 24 h, et $24 = 12 \times 2$:

$$\text{perte en } 24 \text{ h} = 12 \times \text{perte en } 2 \text{ h} = 12 \times 3 = 36 \text{ L}$$

b) Une semaine compte 7 jours : $7 \times 36 = 252$ L.

Plus de 250 litres par semaine, c'est plus qu'une baignoire pleine : une fuite se répare vite !

Réponse. a) 36 L · b) 252 L.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 8 – Salaire horaire

a) On passe par l’unité, ici une heure :

$$\text{salaire d'une heure} = 420 \div 35 = 12 \text{ €}$$

On pose la division : 42 ÷ 35 = 1 reste 7 ; 70 ÷ 35 = 2. Donc 12.

b) 20 × 12 = 240 €.

Contrôle : 20 h et 15 h font 35 h ; 15 × 12 = 180 € et 240 + 180 = 420 €.

Réponse. a) 12 € · b) 240 €.

Correction de l’exercice 9 – À vitesse constante

À vitesse constante, la distance est proportionnelle à la durée.

a) 1 h = 60 min = 2 × 30 min : 2 × 45 = 90 km.
b) 20 min = 60 min ÷3 : 90 ÷ 3 = 30 km.
c) 2 h 30 min, c’est 2 h plus 30 min :

$$2 \times 90 + 45 = 180 + 45 = 225 \text{ km}$$

Contrôle de c) : 2 h 30 min = 5 × 30 min, et 5 × 45 = 225 km.

Réponse. a) 90 km · b) 30 km · c) 225 km.

Correction de l’exercice 10 – Le mélange de peinture

Les quantités de bleu et de blanc sont proportionnelles : on garde toujours « 3 pour 2 ».

a) 12 = 4 × 3 : il faut 4 fois plus de blanc.

$$4 \times 2 = 8 \text{ pots de blanc}$$

b) Un « lot » de 3 bleus et 2 blancs fait 5 pots. Pour 15 pots, il faut 15 ÷ 5 = 3 lots :

— bleu : 3 × 3 = 9 pots ;
— blanc : 3 × 2 = 6 pots.

Contrôle : 9 + 6 = 15 pots.

Réponse. a) 8 pots · b) 9 bleus et 6 blancs.

Correction de l’exercice 11 – Des places de cinéma

Le prix d’une place est le nombre par lequel on multiplie le nombre de places pour obtenir le prix :

$$\text{prix d'une place} = 22{,}50 \div 3 = 7{,}50 \text{ €}$$

— 5 places : 5 × 7,50 = 37,50 €.
— 8 places : 8 × 7,50 = 60 €.
— 12 places : 12 × 7,50 = 90 €.

Contrôle : 8 = 5 + 3, et 37,50 + 22,50 = 60 €.

Réponse. 7,50 € la place ; 37,50 € ; 60 € ; 90 €.

Correction de l’exercice 12 – L’engrais du jardinier

Raisonnement 1 (additionner) : 25 = 10 + 10 + 5, et 5 m², c’est la moitié de 10 m², donc 2 L.

$$4 + 4 + 2 = 10 \text{ L}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Raisonnement 2 (unité) : pour 1 m², il faut $4 \div 10 = 0{,}4$ L. Pour 25 m² : $25 \times 0{,}4 = 10$ L.

Les deux raisonnements donnent bien 10 L d'engrais.

Réponse. 10 L.

Correction de l'exercice 13 – Au bureau de change

La somme en dollars est proportionnelle à la somme en euros.

a) $35 = 3 \times 10 + 5$, et 5 €, c'est la moitié de 10 €, soit 5,50 dollars :

$$3 \times 11 + 5{,}50 = 33 + 5{,}50 = 38{,}50 \text{ dollars}$$

b) On lit la correspondance dans l'autre sens : $55 = 5 \times 11$ dollars, donc cela correspond à $5 \times 10 = 50$ €.

Contrôle de a) : 1 € vaut $11 \div 10 = 1{,}10$ dollar, et $35 \times 1{,}10 = 38{,}50$.

Réponse. a) 38,50 dollars · b) 50 €.

Correction de l'exercice 14 – L'imprimante

Le nombre de pages est proportionnel à la durée. On convertit d'abord : 1 min 30 s = 90 s.

a) 60 s, ce sont les $\frac{2}{3}$ de 90 s : on divise par 3 puis on multiplie par 2.

$$18 \div 3 \times 2 = 12 \text{ pages par minute}$$

b) On cherche combien de fois 12 pages « tiennent » dans 150 pages : $150 \div 12 = 12{,}5$. Il faut donc 12,5 minutes, c'est-à-dire 12 min 30 s (car 0,5 min = 30 s).

Réponse. a) 12 pages · b) 12 min 30 s.

Correction de l'exercice 15 – Trouver l'erreur dans le tableau

a) On contrôle chaque colonne en la reliant à la première :

$$\text{prix de } (k \times 5) = k \times 4{,}50$$

— $10 = 2 \times 5$: $2 \times 4{,}50 = 9$ €. Juste.
— $15 = 3 \times 5$: $3 \times 4{,}50 = 13{,}50$ €, et non 13 €. **C'est l'erreur.**
— 2 : un croissant coûte $4{,}50 \div 5 = 0{,}90$ €, et $2 \times 0{,}90 = 1{,}80$ €. Juste.

b) $7 = 5 + 2$: $4{,}50 + 1{,}80 = 6{,}30$ €.

Réponse. a) 15 croissants coûtent 13,50 € · b) 6,30 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).