

Plaquette 2 – Raisonner sans tableau : linéarité et passage à l'unité**Proportionnalité – Sixième**

Corrections détaillées

Boîte à outils**Raisonner dans une situation de proportionnalité.**

- **Multiplier ou diviser une quantité** : si l'on multiplie (ou divise) une quantité par un nombre, la quantité qui lui correspond est multipliée (ou divisée) par le même nombre.

$$\text{prix de } (3 \times 4) \text{ cahiers} = 3 \times \text{prix de 4 cahiers}$$

- **Additionner ou soustraire** : le prix de $4 + 2$ objets est la somme du prix de 4 objets et du prix de 2 objets ; de même pour une différence.
- **Passer par l'unité** : on calcule la valeur pour 1, puis on multiplie.

$$\text{valeur pour } n = n \times \text{valeur pour 1}$$

- On choisit le raisonnement qui donne les calculs les plus simples, et on **contrôle** avec un autre.
- Une situation n'est proportionnelle que si le lien est le même pour toutes les quantités (même prix unitaire, même vitesse, même dosage...).

Correction de l'exercice 1 – Deux fois plus, deux fois moins

Le prix est proportionnel au nombre de cahiers : on raisonne sur les quantités.

- a) $12 = 3 \times 4$: trois fois plus de cahiers coûtent trois fois plus cher.

$$\text{prix de 12} = 3 \times 6 = 18 \text{ €}$$

- b) $2 = 4 \div 2$: deux fois moins de cahiers coûtent deux fois moins cher, $6 \div 2 = 3 \text{ €}$.

- c) $6 = 4 + 2$: on additionne les prix, $6 + 3 = 9 \text{ €}$.

Contrôle par l'unité : un cahier coûte $6 \div 4 = 1,50 \text{ €}$, et $12 \times 1,50 = 18 \text{ €}$.

Réponse. a) 18 € · b) 3 € · c) 9 €.

Correction de l'exercice 2 – Passer par l'unité

8 n'est ni un multiple ni un diviseur simple de 5 : on passe par le prix **d'un** stylo.

- Prix d'un stylo : $7,50 \div 5 = 1,50 \text{ €}$.

- Prix de 8 stylos :

$$\text{prix de 8} = 8 \times \text{prix de 1} = 8 \times 1,50 = 12 \text{ €}$$

Contrôle : $8 = 5 + 3$; 3 stylos coûtent $3 \times 1,50 = 4,50 \text{ €}$ et $7,50 + 4,50 = 12 \text{ €}$.

Réponse. 12 €.

Correction de l'exercice 3 – Choisir le bon raisonnement

On cherche à chaque fois un lien simple avec 6 kg ou avec une quantité déjà calculée.

- a) $3 = 6 \div 2$: $9,60 \div 2 = 4,80 \text{ €}$.

- b) $9 = 6 + 3$: on additionne les prix,

$$9,60 + 4,80 = 14,40 \text{ €}$$

c) $1 = 3 \div 3 : 4,80 \div 3 = 1,60 \text{ €}$.

d) $10 = 10 \times 1 : 10 \times 1,60 = 16 \text{ €}$.

Contrôle de b) par l'unité : $9 \times 1,60 = 14,40 \text{ €}$.

Réponse. a) 4,80 € · b) 14,40 € · c) 1,60 € · d) 16 €.

Correction de l'exercice 4 - Compléter en raisonnant sur les colonnes

On relie chaque masse à 150 g :

$$\text{prix de } (k \times 150 \text{ g}) = k \times 2,40$$

— $300 = 2 \times 150 : 2 \times 2,40 = 4,80 \text{ €}$.

— $450 = 3 \times 150 \text{ (ou } 300 + 150) : 7,20 \text{ €}$.

— $750 = 5 \times 150 : 5 \times 2,40 = 12 \text{ €}$.

— $50 = 150 \div 3 : 2,40 \div 3 = 0,80 \text{ €}$.

Contrôle : $750 = 450 + 300$ et $7,20 + 4,80 = 12 \text{ €}$.

Réponse. 4,80 € ; 7,20 € ; 12 € ; 0,80 €.

Correction de l'exercice 5 - Une différence de colonnes

$5 = 7 - 2$. Dans une situation de proportionnalité, on peut **soustraire** deux colonnes :

$$\text{prix de } (7 - 2) \text{ m} = \text{prix de } 7 \text{ m} - \text{prix de } 2 \text{ m}$$

— $45,50 - 13 = 32,50 \text{ €}$.

5 m de tissu coûtent 32,50 €. Contrôle par l'unité : $13 \div 2 = 6,50 \text{ € le mètre}$, et $5 \times 6,50 = 32,50 \text{ €}$.

Réponse. 32,50 €.

Correction de l'exercice 6 - Un gâteau pour 12

12 n'est pas un multiple de 8, mais $12 = 8 + 4$, et 4 personnes, c'est la moitié de 8. Pour chaque ingrédient :

$$\text{quantité pour } 12 = \text{quantité pour } 8 + \text{quantité pour } 4$$

— Farine : $240 + 120 = 360 \text{ g}$.

— Œufs : $6 + 3 = 9 \text{ œufs}$.

— Sucre : $180 + 90 = 270 \text{ g}$.

— Lait : $20 + 10 = 30 \text{ cL}$.

Autre raisonnement : $12 = 8 \times 1,5$, et $240 \times 1,5 = 360 \text{ g}$.

Réponse. 360 g de farine, 9 œufs, 270 g de sucre, 30 cL de lait.

Correction de l'exercice 7 - Le robinet qui fuit

La quantité d'eau perdue est proportionnelle à la durée.

a) Une journée dure 24 h, et $24 = 12 \times 2$:

$$\text{perte en } 24 \text{ h} = 12 \times \text{perte en } 2 \text{ h} = 12 \times 3 = 36 \text{ L}$$

b) Une semaine compte 7 jours : $7 \times 36 = 252 \text{ L}$.

Plus de 250 litres par semaine, c'est plus qu'une baignoire pleine : une fuite se répare vite !

Réponse. a) 36 L · b) 252 L.

Correction de l'exercice 8 - Salaire horaire

a) On passe par l'unité, ici une heure :

$$\text{salaire d'une heure} = 420 \div 35 = 12 \text{ €}$$

On pose la division : $42 \div 35 = 1$ reste 7 ; $70 \div 35 = 2$. Donc 12.

b) $20 \times 12 = 240 \text{ €}$.

Contrôle : 20 h et 15 h font 35 h ; $15 \times 12 = 180 \text{ €}$ et $240 + 180 = 420 \text{ €}$.

Réponse. a) 12 € · b) 240 €.

Correction de l'exercice 9 - À vitesse constante

À vitesse constante, la distance est proportionnelle à la durée.

a) 1 h = 60 min = 2×30 min : $2 \times 45 = 90$ km.

b) 20 min = $60 \text{ min} \div 3$: $90 \div 3 = 30$ km.

c) 2 h 30 min, c'est 2 h plus 30 min :

$$2 \times 90 + 45 = 180 + 45 = 225 \text{ km}$$

Contrôle de c) : 2 h 30 min = 5×30 min, et $5 \times 45 = 225$ km.

Réponse. a) 90 km · b) 30 km · c) 225 km.

Correction de l'exercice 10 - Le mélange de peinture

Les quantités de bleu et de blanc sont proportionnelles : on garde toujours « 3 pour 2 ».

a) $12 = 4 \times 3$: il faut 4 fois plus de blanc.

$$4 \times 2 = 8 \text{ pots de blanc}$$

b) Un « lot » de 3 bleus et 2 blancs fait 5 pots. Pour 15 pots, il faut $15 \div 5 = 3$ lots :

— bleu : $3 \times 3 = 9$ pots ;

— blanc : $3 \times 2 = 6$ pots.

Contrôle : $9 + 6 = 15$ pots.

Réponse. a) 8 pots · b) 9 bleus et 6 blancs.

Correction de l'exercice 11 - Des places de cinéma

Le prix d'une place est le coefficient qui permet de passer de la 1^{re} ligne à la 2^e :

$$\text{prix d'une place} = 22,50 \div 3 = 7,50 \text{ €}$$

— 5 places : $5 \times 7,50 = 37,50 \text{ €}$.

— 8 places : $8 \times 7,50 = 60 \text{ €}$.

— 12 places : $12 \times 7,50 = 90 \text{ €}$.

Contrôle : $8 = 5 + 3$, et $37,50 + 22,50 = 60 \text{ €}$.

Réponse. 7,50 € la place ; 37,50 € ; 60 € ; 90 €.

Correction de l'exercice 12 - L'engrais du jardinier

Raisonnement 1 (additionner) : $25 = 10 + 10 + 5$, et 5 m², c'est la moitié de 10 m², donc 2 L.

$$4 + 4 + 2 = 10 \text{ L}$$

Raisonnement 2 (unité) : pour 1 m², il faut $4 \div 10 = 0,4$ L. Pour 25 m² : $25 \times 0,4 = 10$ L.

Les deux raisonnements donnent bien 10 L d'engrais.

Réponse. 10 L.

Correction de l'exercice 13 - Au bureau de change

La somme en dollars est proportionnelle à la somme en euros.

a) $35 = 3 \times 10 + 5$, et 5 €, c'est la moitié de 10 €, soit 5,50 dollars :

$$3 \times 11 + 5,50 = 33 + 5,50 = 38,50 \text{ dollars}$$

b) On lit la correspondance dans l'autre sens : $55 = 5 \times 11$ dollars, donc cela correspond à $5 \times 10 = 50$ €.

Contrôle de a) : 1 € vaut $11 \div 10 = 1,10$ dollar, et $35 \times 1,10 = 38,50$.

Réponse. a) 38,50 dollars · b) 50 €.

Correction de l'exercice 14 - L'imprimante

Le nombre de pages est proportionnel à la durée. On convertit d'abord : 1 min 30 s = 90 s.

a) 60 s, ce sont les $\frac{2}{3}$ de 90 s : on divise par 3 puis on multiplie par 2.

$$18 \div 3 \times 2 = 12 \text{ pages par minute}$$

b) On cherche combien de fois 12 pages « tiennent » dans 150 pages : $150 \div 12 = 12,5$. Il faut donc 12,5 minutes, c'est-à-dire 12 min 30 s (car 0,5 min = 30 s).

Réponse. a) 12 pages · b) 12 min 30 s.

Correction de l'exercice 15 - Trouver l'erreur dans le tableau

a) On contrôle chaque colonne en la reliant à la première :

$$\text{prix de } (k \times 5) = k \times 4,50$$

— $10 = 2 \times 5 : 2 \times 4,50 = 9$ €. Juste.

— $15 = 3 \times 5 : 3 \times 4,50 = 13,50$ €, et non 13 €. **C'est l'erreur.**

— 2 : un croissant coûte $4,50 \div 5 = 0,90$ €, et $2 \times 0,90 = 1,80$ €. Juste.

b) $7 = 5 + 2 : 4,50 + 1,80 = 6,30$ €.

Réponse. a) 15 croissants coûtent 13,50 € · b) 6,30 €.