Plaquette 5 – Proportionnel ou pas ? Situations et problèmes

Proportionnalité — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Reconnaître la proportionnalité.

— Deux grandeurs sont proportionnelles quand on obtient l'une en multipliant l'autre **toujours par le même nombre** k.

— **Test du quotient** : on calcule chaque quotient ; ils doivent tous être égaux.

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = k$$

— **Contre-exemple** : un seul cas suffit pour montrer que ce n'est **pas** proportionnel (par exemple, deux fois plus de kilomètres, mais pas deux fois plus cher).

— Signe qui ne trompe pas : dans une situation de proportionnalité, pour 0 on obtient 0. Une somme fixe (prise en charge, abonnement, frais d'envoi) empêche la proportionnalité.

— Quand c'est proportionnel, on multiplie ou on divise les quantités, on les additionne, ou l'on passe par l'unité.

Correction de l'exercice 1 – Trois tableaux à tester

On calcule, pour chaque colonne, le quotient du nombre du bas par celui du haut :

$$k = \frac{\text{nombre du bas}}{\text{nombre du haut}}$$

— A : $7 \div 2 = 3{,}5$; $17{,}5 \div 5 = 3{,}5$; $28 \div 8 = 3{,}5$. Tous égaux : **proportionnel**, $k = 3{,}5$.

— B : $4 \div 1 = 4$ mais $7 \div 2 = 3{,}5$. Deux quotients différents suffisent : **pas proportionnel**.

— C : $10 \div 4 = 2{,}5$; $15 \div 6 = 2{,}5$; $25 \div 10 = 2{,}5$: **proportionnel**, $k = 2{,}5$.

Réponse. A et C (on multiplie toujours par 3,5, puis par 2,5) ; B ne l'est pas.

Correction de l'exercice 2 – Périmètre et aire d'un carré

On applique les formules du carré :

$$P = 4 \times c \qquad A = c \times c$$

— Périmètres : 4 ; 8 ; 12 ; 20 cm. On multiplie toujours le côté par 4 : le périmètre est **proportionnel** au côté.

— Aires : 1 ; 4 ; 9 ; 25 cm². Quand le côté double (de 1 à 2 cm), l'aire est multipliée par 4, pas par 2 : l'aire n'est **pas** proportionnelle au côté.

Réponse. Périmètre : 4, 8, 12, 20 (proportionnel) · aire : 1, 4, 9, 25 (pas proportionnelle).

Correction de l'exercice 3 – L'âge et la taille

Le petit frère a supposé que la taille est proportionnelle à l'âge : l'âge double, donc la taille doublerait.

Or ce n'est déjà pas le cas entre 2 et 4 ans : l'âge a doublé, mais la taille n'a pas doublé ($2 \times 86 = 172$ cm, et non 102 cm).

$$\frac{86}{2} = 43 \qquad \frac{102}{4} = 25{,}5$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Les quotients sont différents : la taille n'est **pas** proportionnelle à l'âge. Et 204 cm (plus de 2 m à 8 ans) est absurde.

Réponse. Raisonnement faux : taille et âge ne sont pas proportionnels.

Correction de l'exercice 4 – Le taxi

a) Le prix se calcule avec la règle :

$$\text{prix} = 4 + 1{,}50 \times \text{nombre de km}$$

— 2 km : $4 + 3 = 7$ €.
— 4 km : $4 + 6 = 10$ €.

b) La distance double (de 2 à 4 km), mais le prix ne double pas ($2 \times 7 = 14$ €, et non 10 €). Ce contre-exemple suffit : le prix n'est **pas** proportionnel à la distance. C'est la prise en charge, payée une seule fois, qui l'empêche.

Réponse. a) 7 € et 10 € · b) non.

Correction de l'exercice 5 – Deux tarifs à la piscine

a) On calcule avec chaque règle :

$$A = 20 + 3 \times n \qquad B = 5 \times n$$

— Tarif A : 35 ; 50 ; 65 €.
— Tarif B : 25 ; 50 ; 75 €.

b) Le tarif B est proportionnel (5 € par entrée). Le tarif A ne l'est pas : 10 entrées ne coûtent pas le double de 5 entrées ($50 \neq 70$).

c) Pour 15 entrées : 65 € avec A contre 75 € avec B. Le tarif A est plus avantageux ; les deux sont égaux pour 10 entrées.

Réponse. a) A : 35, 50, 65 ; B : 25, 50, 75 · b) B · c) le tarif A.

Correction de l'exercice 6 – Deux gâteaux au four

Il ne faut pas multiplier par 2 ! Le temps de cuisson n'est pas proportionnel au nombre de gâteaux cuits ensemble : chaque gâteau chauffe en même temps que l'autre.

$$\text{temps pour 2 gâteaux} \neq 2 \times 40 \text{ min}$$

Les deux gâteaux cuisent en environ 40 minutes.

À retenir. Avant d'utiliser la proportionnalité, on se demande si « deux fois plus de ceci » donne vraiment « deux fois plus de cela ». Ici non : deux gâteaux ne demandent pas deux fois plus de temps.

Réponse. Environ 40 minutes.

Correction de l'exercice 7 – Le ressort

a) On calcule les quotients allongement ÷ masse :

$$\frac{1{,}5}{100} = \frac{3}{200} = \frac{4{,}5}{300} = \frac{7{,}5}{500} = 0{,}015$$

Ils sont tous égaux : l'allongement est proportionnel à la masse (0,015 cm par gramme).

b) $350 = 300 + 50$, et 50 g, c'est la moitié de 100 g, donc 0,75 cm. Allongement : $4{,}5 + 0{,}75 = 5{,}25$ cm. Contrôle : $350 \times 0{,}015 = 5{,}25$ cm.

Réponse. a) oui · b) 5,25 cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 8 – Les tirages photo

a) On applique la règle de prix :

$$\text{prix} = 0{,}12 \times n + 2{,}50$$

— 50 photos : $0{,}12 \times 50 = 6$ € ; plus 2,50 €, soit 8,50 €.
— 100 photos : $0{,}12 \times 100 = 12$ € ; plus 2,50 €, soit 14,50 €.

b) Deux fois plus de photos, mais $14{,}50 \neq 2 \times 8{,}50 = 17$ € : ce n’est **pas** proportionnel, à cause des frais d’envoi fixes. Commander en une seule fois revient moins cher.

Réponse. a) 8,50 € et 14,50 € · b) non.

Correction de l’exercice 9 – Changer de barème

a) Passer de 20 à 10, c’est diviser par 2 ; passer de 20 à 100, c’est multiplier par 5 :

$$\text{note sur 10} = \text{note sur 20} \div 2 \qquad \text{note sur 100} = \text{note sur 20} \times 5$$

— 14 : 7 et 70 ; 9 : 4,5 et 45 ; 17 : 8,5 et 85.
— 6 sur 10 vaut 12 sur 20, donc 60 sur 100.

b) On multiplie toujours par le même nombre (0,5 ou 5) : c’est proportionnel. Une note sur 100 se lit comme un pourcentage de réussite.

Réponse. 7 et 70 ; 4,5 et 45 ; 8,5 et 85 ; 12 et 60.

Correction de l’exercice 10 – À quelle distance est l’orage ?

La distance parcourue par le son est proportionnelle à la durée :

$$\text{distance (km)} = \text{durée (s)} \div 3$$

a) $9 \div 3 = 3$ km.
b) $4{,}5 \div 3 = 1{,}5$ km.
c) On fait l’inverse : $5 \times 3 = 15$ secondes.

La lumière de l’éclair arrive presque instantanément : c’est pour cela que l’écart mesure seulement le trajet du son.

Réponse. a) 3 km · b) 1,5 km · c) 15 s.

Correction de l’exercice 11 – Le lot de baguettes

a) Si le prix était proportionnel, trois baguettes coûteraient :

$$3 \times 1{,}10 = 3{,}30 \text{ €}$$

Or le lot coûte 3 € : ce n’est **pas** proportionnel (c’est un prix dégressif).

b) À l’unité : $6 \times 1{,}10 = 6{,}60$ €. En deux lots : $2 \times 3 = 6$ €. On économise $6{,}60 - 6 = 0{,}60$ €.

Réponse. a) non · b) 0,60 €.

Correction de l’exercice 12 – La consommation de la voiture

La consommation est proportionnelle à la distance. On passe par 1 km :

$$\text{consommation pour 1 km} = 6 \div 100 = 0{,}06 \text{ L}$$

a) $250 = 2 \times 100 + 50$: $6 + 6 + 3 = 15$ L. Contrôle : $250 \times 0{,}06 = 15$ L.
b) $30 \times 0{,}06 = 1{,}8$ L.

Pour 30 km, la voiture consomme 1,8 L, un peu moins de 2 L.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. a) 15 L · b) 1,8 L.

Correction de l’exercice 13 – La pousse du haricot

a) Au jour 0, la hauteur n’est pas 0 : elle vaut déjà 2 cm. Or, dans une situation de proportionnalité, à 0 correspond 0. On le vérifie aussi avec les quotients :

$$\frac{12}{5} = 2{,}4 \qquad \frac{22}{10} = 2{,}2$$

Ils sont différents : ce n’est **pas** proportionnel.

b) Tous les 5 jours, la plante gagne 10 cm ($12-2$, $22-12$, $32-22$). Elle grandit donc de $10 \div 5 = 2$ cm par jour. C’est la **croissance** qui est régulière, pas la hauteur qui est proportionnelle.

Réponse. a) non · b) 2 cm par jour.

Correction de l’exercice 14 – Le poids des pièces

Toutes les pièces ont la même masse : la masse est proportionnelle au nombre de pièces.

$$\text{masse} = \text{nombre de pièces} \times 8{,}5 \text{ g}$$

a) $12 \times 8{,}5 = 102$ g.

b) On cherche combien de fois 8,5 g dans 170 g. Comme 10 pièces pèsent 85 g, 20 pièces pèsent 170 g. Le sac contient 20 pièces, soit $20 \times 2 = 40$ €.

Réponse. a) 102 g · b) 20 pièces, soit 40 €.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : proportionnel ou pas ?

a) **Proportionnel.** On paie toujours le même prix par litre : prix = litres × prix d’un litre.

b) **Proportionnel.** L’aire vaut toujours la longueur multipliée par 3 :

$$A = 3 \times L$$

c) **Pas proportionnel.** Les 10 € fixes sont payés même avec 0 SMS ; pour 0 SMS le prix n’est pas 0.

d) **Pas forcément.** On ne lit pas toujours à la même vitesse (pages plus ou moins longues, fatigue). On ne peut pas appliquer la proportionnalité sans le vérifier.

Réponse. a) oui · b) oui · c) non · d) pas forcément.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).