

Plaquette 1 - Reconnaître, compléter et utiliser un tableau de proportionnalité

Proportionnalité — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Tableau de proportionnalité : on passe de la 1^{re} ligne à la 2^e en multipliant toujours par le même nombre k , le **coefficient de proportionnalité**.

$$2^{\text{e}} \text{ ligne} = 1^{\text{re}} \text{ ligne} \times k \quad k = \frac{\text{valeur de la 2}^{\text{e}} \text{ ligne}}{\text{valeur de la 1}^{\text{re}} \text{ ligne}}$$

Test : on calcule tous les quotients ; s'ils sont égaux, c'est proportionnel ; s'il y en a un seul différent, ça ne l'est pas.

Trois méthodes pour compléter :

- multiplier par le coefficient k ;
- **passer par l'unité** : on calcule d'abord la valeur pour 1 ;
- **calculer sur les colonnes** : si l'on multiplie une valeur par 3, l'autre est aussi multipliée par 3 ; si l'on ajoute deux colonnes, on ajoute les deux valeurs correspondantes.

Pourcentage : prendre $t\%$ d'une quantité, c'est

$$\text{quantité} \times \frac{t}{100}$$

Échelle : sur un plan à l'échelle $\frac{1}{n}$, une longueur réelle est n fois plus grande que sur le plan (mêmes unités).

Correction de l'exercice 1 - Reconnaître un tableau de proportionnalité

On calcule, colonne par colonne, le quotient de la 2^e ligne par la 1^{re} :

$$k = \frac{\text{valeur du bas}}{\text{valeur du haut}}$$

- Tableau A : $\frac{6}{2} = 3$; $\frac{15}{5} = 3$; $\frac{24}{8} = 3$. Tous les quotients sont **égaux** : c'est un tableau de proportionnalité, de coefficient 3 (on multiplie toujours par 3).
- Tableau B : $\frac{4}{1} = 4$ mais $\frac{9}{3} = 3$. Il suffit de **deux** quotients différents pour conclure : ce n'est **pas** un tableau de proportionnalité.
- **Remarque** : dans le tableau B, on ajoute 5 puis 5 au lieu de multiplier ; une suite qui augmente régulièrement n'est pas forcément proportionnelle.

Réponse. A : oui (coefficient 3) · B : non.

Correction de l'exercice 2 - Proportionnel ou pas ?

On se demande si l'on passe d'une grandeur à l'autre en multipliant toujours par le même nombre.

- Oui** : prix = nombre de baguettes $\times 1,20$. Deux fois plus de baguettes coûtent deux fois plus cher.
- Non** : un enfant de 10 ans n'est pas deux fois plus grand qu'un enfant de 5 ans.

c) **Oui** : le périmètre d'un carré vaut toujours 4 fois le côté,

$$P = 4 \times c$$

d) **Non** : pour 1 entrée on paie 13 €, pour 2 entrées 16 €, et non 26 €. Les 10 € d'inscription empêchent la proportionnalité.

— **Méthode** : pour dire non, un seul contre-exemple suffit (ici, doubler le nombre d'entrées ne double pas le prix).

Réponse. a) oui · b) non · c) oui · d) non.

Correction de l'exercice 3 - Trouver le coefficient

a) On partage le prix en 4 : $7,20 \div 4 = 1,80$ €. Un kilogramme coûte 1,80 €.

b) Le coefficient est le nombre par lequel on multiplie la masse pour obtenir le prix. C'est justement le prix d'**un** kilogramme :

$$k = \frac{7,20}{4} = 1,80$$

c) On multiplie la masse par le coefficient : $2,5 \times 1,80 = 4,50$ €.

— **Vérification** : $4 \times 1,80 = 7,20$ € ✓

— **À retenir** : quand la 1^{re} ligne est une quantité et la 2^e un prix, le coefficient est le **prix unitaire**.

Réponse. a) 1,80 € · b) 1,80 · c) 4,50 €.

Correction de l'exercice 4 - Compléter avec le coefficient

La colonne « 1 kg » donne directement le coefficient : $k = 1,80$.

$$\text{prix} = \text{masse} \times 1,80 \quad \text{masse} = \text{prix} \div 1,80$$

— Pour 3 kg : $3 \times 1,80 = 5,40$ €.

— Pour un prix de 9 € : on fait l'opération inverse, $9 \div 1,80 = 5$ kg.

— Pour 10 kg : $10 \times 1,80 = 18$ €.

Masse (kg)	1	3	5	10
Prix (€)	1,80	5,40	9,00	18,00

— **Contrôle** : 5 kg, c'est 2 kg de plus que 3 kg, donc $2 \times 1,80 = 3,60$ € de plus : $5,40 + 3,60 = 9$ € ✓

Réponse. 5,40 € ; 5 kg ; 18 €.

Correction de l'exercice 5 - Passer par l'unité

Le prix est proportionnel au nombre de cahiers. On calcule d'abord le prix d'**un** cahier, puis celui de 11.

— Un cahier : $9,60 \div 6 = 1,60$ €.

— Onze cahiers :

$$11 \times 1,60 = 17,60 \text{ €}$$

Cahiers	6	1	11
Prix (€)	9,60	1,60	17,60

- **Pourquoi passer par l'unité ?** 11 n'est ni un multiple ni un diviseur simple de 6 : on ne peut pas passer directement de 6 à 11 en multipliant par un nombre entier.
- **Ordre de grandeur** : 11 cahiers, c'est presque le double de 6 ; 17,60 € est presque le double de 9,60 € ✓

Réponse. 17,60 €.

Correction de l'exercice 6 - Une recette pour plus de personnes

Les quantités sont proportionnelles au nombre de personnes. On passe de 4 à 12 personnes en multipliant par 3 ($12 = 4 \times 3$) : toutes les quantités sont multipliées par 3.

$$4 \times 3 = 12 \implies \text{chaque quantité} \times 3$$

- Farine : $150 \times 3 = 450$ g.
- Œufs : $2 \times 3 = 6$ œufs.
- Sucre : $80 \times 3 = 240$ g.

Personnes	4	12
Farine (g)	150	450
Sucre (g)	80	240

- **Remarque** : on n'a pas eu besoin du coefficient ; on a utilisé le rapport entre les **colonnes** (fois 3), plus rapide ici.

Réponse. 450 g de farine, 6 œufs, 240 g de sucre.

Correction de l'exercice 7 - Additionner deux colonnes

Le prix est proportionnel au nombre de stylos : on peut **additionner** ou **soustraire** deux colonnes.

- a) $8 = 3 + 5$, donc le prix de 8 stylos est la somme des deux prix :

$$2,40 + 4 = 6,40 \text{ €}$$

- b) $2 = 5 - 3$, donc le prix de 2 stylos est la différence : $4 - 2,40 = 1,60$ €.

Stylos	3	5	8	2
Prix (€)	2,40	4	6,40	1,60

- **Vérification** par l'unité : un stylo coûte $4 \div 5 = 0,80$ €, et $8 \times 0,80 = 6,40$ € ✓ ;
 $2 \times 0,80 = 1,60$ € ✓

Réponse. a) 6,40 € · b) 1,60 €.

Correction de l'exercice 8 - Des crêpes pour 9

9 n'est pas un multiple de 6, mais $9 = 6 + 3$, et 3 est la **moitié** de 6.

- Pour 3 personnes (moitié de 6) : $300 \div 2 = 150$ g de farine et $60 \div 2 = 30$ cl de lait.
- Pour $9 = 6 + 3$ personnes, on additionne les deux colonnes :

$$300 + 150 = 450 \text{ g} \quad 60 + 30 = 90 \text{ cl}$$

Personnes	6	3	9
Farine (g)	300	150	450
Lait (cl)	60	30	90

— **Autre méthode** : par personne, $300 \div 6 = 50$ g de farine, donc $9 \times 50 = 450$ g ✓

Réponse. 450 g de farine et 90 cl de lait.

Correction de l'exercice 9 - Le plein d'essence

Le coefficient est le prix d'un litre, $k = 1,85$: on multiplie le volume par 1,85.

— 10 L : $10 \times 1,85 = 18,50$ € (multiplier par 10 décale la virgule).

— 20 L : le double de 10 L, soit 37 €.

— 45 L : $45 \times 1,85 = 83,25$ €.

Pour 74 € : $74 = 2 \times 37$, donc c'est le double de 20 L, soit 40 L. On peut aussi diviser par le coefficient :

$$74 \div 1,85 = 40 \text{ L}$$

— **Contrôle** : $40 \times 1,85 = 74$ € ✓

Réponse. 18,50 € ; 37 € ; 83,25 € ; 40 L pour 74 €.

Correction de l'exercice 10 - Lire une carte à l'échelle

a) On convertit : $100\,000 \text{ cm} = 1\,000 \text{ m} = 1 \text{ km}$. Donc 1 cm sur la carte représente 1 km.

b) Les distances réelles sont proportionnelles aux distances sur la carte :

$$7 \times 100\,000 = 700\,000 \text{ cm} = 7 \text{ km}$$

c) Chaque kilomètre réel fait 1 cm sur la carte : 12 km donnent 12 cm.

Carte (cm)	1	7	12
Réel (km)	1	7	12

— **Conversion utile** : $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m} = 100\,000 \text{ cm}$.

— **Attention** : l'échelle compare des longueurs dans la **même unité** ; on ne convertit en km qu'à la fin.

Réponse. a) 1 km · b) 7 km · c) 12 cm.

Correction de l'exercice 11 - Le plan d'une maison

À l'échelle $\frac{1}{50}$, les longueurs réelles sont 50 fois plus grandes que sur le plan.

$$\text{longueur réelle} = \text{longueur sur le plan} \times 50$$

a) Longueur : $12 \times 50 = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$. Largeur : $9 \times 50 = 450 \text{ cm} = 4,5 \text{ m}$.

b) On fait l'opération inverse : on convertit d'abord, $0,90 \text{ m} = 90 \text{ cm}$, puis $90 \div 50 = 1,8$ cm sur le plan.

— **Vérification** : $1,8 \times 50 = 90 \text{ cm}$ ✓

— **Ordre de grandeur** : un salon de 6 m sur 4,5 m, soit 27 m^2 , est une taille réaliste.

Réponse. a) 6 m sur 4,5 m · b) 1,8 cm.

Correction de l'exercice 12 - Calculer un pourcentage

Prendre $t\%$ d'une quantité, c'est la multiplier par $\frac{t}{100}$:

$$t\% \text{ de } N = N \times \frac{t}{100}$$

a) 50 %, c'est la **moitié** : $36 \div 2 = 18$.

b) 25 %, c'est le **quart** : $80 \div 4 = 20$.

c) 10 %, c'est le **dixième** : $450 \div 10 = 45$.

d) 20 %, c'est 2 fois 10 % : 10 % de 45 vaut 4,5, donc 20 % vaut 9.

— **Contrôle de d)** : $45 \times \frac{20}{100} = \frac{900}{100} = 9 \checkmark$

— **À connaître** : $50 \% = \frac{1}{2}$, $25 \% = \frac{1}{4}$, $10 \% = \frac{1}{10}$, $75 \% = \frac{3}{4}$.

Réponse. a) 18 · b) 20 · c) 45 · d) 9.

Correction de l'exercice 13 - Les soldes

a) La réduction vaut 30 % du prix de départ :

$$60 \times \frac{30}{100} = \frac{1800}{100} = 18 \text{ €}$$

Calcul mental : 10 % de 60 vaut 6, donc 30 % vaut $3 \times 6 = 18 \text{ €}$.

b) On retire la réduction du prix de départ : $60 - 18 = 42 \text{ €}$.

— **Contrôle** : on paie $100 \% - 30 \% = 70 \%$ du prix, et 70 % de 60 vaut $7 \times 6 = 42 \text{ €} \checkmark$

— **Piège** : le prix soldé n'est pas 30 € ; « 30 % » n'est pas « 30 € ».

Réponse. a) 18 € · b) 42 €.

Correction de l'exercice 14 - Quel paquet est le moins cher ?

Pour comparer, on ramène les deux prix à la **même quantité** : 1 kg = 1 000 g.

Or $1\,000 = 4 \times 250$: quatre petits paquets font 1 kg. Si le prix était proportionnel à la masse, 1 kg en petits paquets coûterait

$$4 \times 3,10 = 12,40 \text{ €}$$

Le grand paquet coûte 11,60 € pour la même masse : il est **plus avantageux**, de $12,40 - 11,60 = 0,80 \text{ €}$ par kilogramme.

— **Méthode** : on compare des **prix au kilogramme** (le coefficient), comme sur les étiquettes des magasins.

— **Remarque** : dans les magasins, le prix n'est pas toujours proportionnel à la quantité ; c'est pour cela qu'il faut comparer.

Réponse. Le paquet de 1 kg (11,60 €/kg contre 12,40 €/kg).

Correction de l'exercice 15 - Une offre trompeuse

a) S'il y avait proportionnalité, 4 yaourts coûteraient

$$4 \times 0,60 = 2,40 \text{ €}$$

Le lot coûte 2 € : ce n'est **pas** proportionnel. Dans le lot, un yaourt revient à $2 \div 4 = 0,50 \text{ €}$.

b) Léo prend un lot de 4 et 2 yaourts à l'unité :

— $2 + 2 \times 0,60 = 2 + 1,20 = 3,20 \text{ €}$.

Deux lots (8 yaourts) coûteraient 4 € : plus cher, même si l'on a 2 yaourts de plus.

— **À retenir** : une promotion « par lot » casse la proportionnalité ; on ne peut plus utiliser un seul coefficient.

Réponse. a) non · b) 3,20 €.