MATHÉMATIQUES

Proportionnalité

Sixième

Grandeurs proportionnelles • « Fois plus », « fois moins » • Linéarité
Retour à l'unité • Prix au kilo • Tableau • Échelle

Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques du cycle 3** (arrêté du 10 avril 2025, BO n°16 du 17 avril 2025, applicable en sixième depuis la rentrée 2025), domaine « Proportionnalité », partie « Sixième ». Il couvre :

- la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs, en lien avec des expressions de la vie courante (« prix au kilo ») ;
- reconnaître si une situation relève de la proportionnalité ;
- résoudre un problème avec la procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou pour l'addition, retour à l'unité ;
- représenter une situation par un tableau ou des flèches ;
- s'initier aux problèmes d'échelles.

Comme le demande le programme, la technique du « produit en croix » n'est pas utilisée en sixième.

Objectif : reconnaître une situation de proportionnalité et résoudre un problème en choisissant la méthode la mieux adaptée aux nombres.

Document pédagogique – mathlvl.fr

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Table des matières

1 Des grandeurs proportionnelles 3

2 Utiliser « fois plus » et « fois moins » 4

3 Utiliser l'addition 4

4 Le retour à l'unité 4

5 Représenter une situation 5

6 Les échelles 5

7 Erreurs classiques 5

8 Fiche de synthèse 6

9 Exercices d'application 6

10 Corrigés des exercices 6

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Des grandeurs proportionnelles

Proportionnalité

Deux grandeurs sont **proportionnelles** quand on obtient toujours les valeurs de l'une en multipliant les valeurs de l'autre par **le même nombre**.

Le prix au kilo

Les pommes coûtent 3 € le kilogramme. Le prix à payer s'obtient toujours en multipliant la masse (en kg) par 3 :

Masse de pommes (kg)	1	2	5	0,5
Prix (€)	3	6	15	1,5

La masse et le prix sont proportionnels. Le nombre 3 est le « prix au kilo » : il est le même pour toutes les quantités.

Dans la vie courante

Les expressions « prix au kilo », « prix au litre », « nombre de battements du cœur par minute », « pages lues par jour » désignent un nombre qui reste le même : elles signalent souvent une situation de proportionnalité.

Reconnaître une situation de proportionnalité

On se demande : si l'une des grandeurs est multipliée par 2 (ou par 3…), l'autre l'est-elle aussi ?

Proportionnelle ou non ?

— Le prix de croissants tous au même prix et leur nombre : **oui**, deux fois plus de croissants coûtent deux fois plus cher.

— L'âge d'un enfant et sa taille : **non**, à 10 ans on ne mesure pas deux fois plus qu'à 5 ans.

— Un taxi qui facture 4 € de prise en charge puis 1,50 € par kilomètre : **non**. 2 km coûtent $4 + 3 = 7$ € et 4 km coûtent $4 + 6 = 10$ €, pas 14 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

2. Utiliser « fois plus » et « fois moins »

Linéarité pour la multiplication

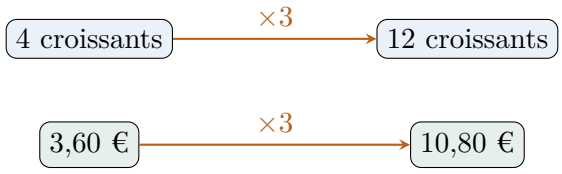
Dans une situation de proportionnalité, si l'on multiplie (ou divise) une grandeur par un nombre, l'autre grandeur est multipliée (ou divisée) **par le même nombre**.

Des croissants

4 croissants coûtent 3,60 €.

— 12 croissants, c'est 3 fois plus de croissants : ils coûtent 3 fois plus cher, $3{,}60 \times 3 = 10{,}80$ €.

— 2 croissants, c'est 2 fois moins : $3{,}60 \div 2 = 1{,}80$ €.



Trois fois plus de croissants, trois fois plus cher.

3. Utiliser l'addition

Linéarité pour l'addition

Dans une situation de proportionnalité, si l'on additionne deux valeurs d'une grandeur, les valeurs correspondantes de l'autre grandeur s'additionnent.

Du fromage

2 kg de fromage coûtent 26 € et 3 kg coûtent 39 €. Comme 5 kg = 2 kg +3 kg, 5 kg coûtent $26 + 39 = 65$ €.

4. Le retour à l'unité

Passer par une seule unité

On calcule d'abord la valeur pour **une** unité (un objet, un kilogramme, une personne…), puis on multiplie par le nombre d'unités voulu.

Une recette

Une recette pour 6 personnes demande 300 g de farine, 3 œufs et 45 cL de lait. On veut cuisiner pour 4 personnes.

— Pour 2 personnes (3 fois moins que 6) : $300 \div 3 = 100$ g de farine, 1 œuf, $45 \div 3 = 15$ cL de lait.

— Pour 4 personnes (2 fois plus que 2) : 200 g de farine, 2 œufs, 30 cL de lait.

Ici, on passe par « 2 personnes » plutôt que par « 1 personne », car les nombres sont plus

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

simples.

Le cœur qui bat

On a compté 18 battements du cœur en 15 secondes. En une minute, c'est-à-dire 4 fois plus de temps, le cœur bat $18 \times 4 = 72$ fois : 72 battements par minute.

5. Représenter une situation

Le tableau

On écrit une ligne par grandeur, avec son **nom** et son **unité**. Pour trouver une valeur manquante, on cherche une relation simple entre les nombres (« 3 fois plus », « moitié »…) ou on utilise le prix au kilo.

Compléter un tableau

Essence (L)	10	20	5	35
Prix (€)	18	…	…	…

20 L, c'est 2 fois plus que 10 L : 36 €. 5 L, c'est 2 fois moins : 9 €. 35 L = 20 L +10 L +5 L : $36 + 18 + 9 = 63$ €. On peut aussi utiliser le prix au litre : $18 \div 10 = 1{,}80$ € et $35 \times 1{,}80 = 63$ €.

6. Les échelles

Échelle d'un plan

Sur un plan ou une carte à l'échelle, les distances sur le plan et les distances réelles sont **proportionnelles**. L'échelle indique, par exemple, que 1 cm sur le plan représente 500 m en réalité.

Lire une carte

Sur une carte où 1 cm représente 500 m :

- 3 cm représentent 3 fois plus, soit 1 500 m ;
- 3,5 cm = 3 cm +0,5 cm représentent $1\,500 + 250 = 1\,750$ m ;
- une distance réelle de 2 km = 2 000 m, soit 4 fois 500 m, mesure 4 cm sur la carte.

7. Erreurs classiques

À éviter

- Utiliser la proportionnalité alors que la situation n'est pas proportionnelle (taxi avec prise en charge, âge et taille).
- Ajouter le même nombre au lieu de multiplier : si 4 objets coûtent 3,60 €, 8 objets ne coûtent pas $3{,}60 + 4$ €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Oublier les unités, ou mélanger m et km dans un problème d'échelle.

8. Fiche de synthèse

Proportionnalité	on passe d'une grandeur à l'autre en multipliant toujours par le même nombre (« prix au kilo »)
« Fois plus »	3 fois plus d'objets, 3 fois plus cher
Addition	prix de 5 kg = prix de 2 kg + prix de 3 kg
Retour à l'unité	valeur pour 1, puis multiplication
Tableau	une ligne par grandeur, avec son unité
Échelle	distances sur le plan et réelles proportionnelles

9. Exercices d'application

Exercice 1 – Proportionnel ou non ?

Dire si chaque situation est une situation de proportionnalité : a) le prix de cahiers identiques et leur nombre ; b) la pointure et la taille d'une personne ; c) le prix d'un abonnement de 10 € par mois plus 2 € par film, et le nombre de films.

Exercice 2 – Des stylos

5 stylos coûtent 4 €. Quel est le prix de 15 stylos ? de 10 stylos ? de 1 stylo ? de 7 stylos ?

Exercice 3 – Une recette

Pour 8 crêpes, il faut 125 g de farine et 2 œufs. Combien faut-il de farine et d'œufs pour 24 crêpes ? pour 4 crêpes ?

Exercice 4 – Une carte

Sur une carte, 1 cm représente 2 km. Deux villages sont à 4,5 cm l'un de l'autre sur la carte. Quelle est la distance réelle ?

10. Corrigés des exercices

Corrigé de l'exercice 1

Corrigé. a) Oui : deux fois plus de cahiers coûtent deux fois plus cher. b) Non : il n'y a pas de nombre fixe par lequel multiplier. c) Non : 1 film coûte 12 € et 2 films coûtent 14 €, pas 24 €.

Corrigé de l'exercice 2

Corrigé. 15 stylos : 3 fois plus, $4 \times 3 = 12$ €. 10 stylos : 2 fois plus, 8 €. 1 stylo : 5 fois moins, $4 \div 5 = 0{,}80$ €. 7 stylos : $7 \times 0{,}80 = 5{,}60$ €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigé de l'exercice 3

Corrigé. 24 crêpes, c'est 3 fois plus que 8 : 375 g de farine et 6 œufs. 4 crêpes, c'est 2 fois moins : 62,5 g de farine et 1 œuf.

Corrigé de l'exercice 4

Corrigé. 4,5 cm, c'est 4,5 fois 1 cm : la distance réelle est $4{,}5 \times 2 = 9$ km.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).