

Plaquette 4 - Axes de symétrie des figures

Symétrie axiale — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Axes de symétrie d'une figure.

- (d) est un axe de symétrie d'une figure si le symétrique de la figure par rapport à (d) est la figure **elle-même**.
- Test pratique : le **pliage** le long de la droite, ou un miroir posé sur la droite.
- Nombres d'axes à connaître :
triangle isocèle:1 triangle équilatéral:3 rectangle:2 losange:2 carré:4
- Un **polygone régulier** à n côtés (tous ses côtés et tous ses angles égaux) a exactement n axes de symétrie.
- Le cercle a une **infinité** d'axes : toutes les droites qui passent par son centre.
- Un parallélogramme quelconque n'a **aucun** axe.
- Les diagonales d'un rectangle non carré ne sont **pas** des axes ; celles d'un losange le sont.

Correction de l'exercice 1 - Le triangle équilatéral

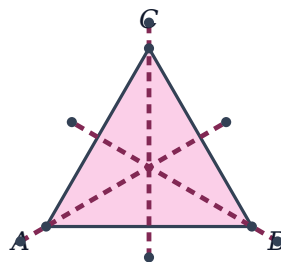
Dans un triangle équilatéral, les trois côtés sont égaux :

$$AB = BC = CA$$

- Le pliage le long de la médiatrice de $[AB]$ amène A sur B ; comme $CA = CB$, le point C est sur cette médiatrice et ne bouge pas : c'est un axe.
- De même pour les médiatrices de $[BC]$ et de $[CA]$.

Le triangle équilatéral a donc 3 **axes** : les médiatrices de ses côtés, qui passent chacune par le sommet opposé.

Réponse. 3 axes : les médiatrices des trois côtés.



Correction de l'exercice 2 - Isocèle ou quelconque ?

Un axe de symétrie d'un triangle doit échanger deux sommets et laisser le troisième fixe : il faut donc deux côtés égaux.

$$\text{axe} \iff \text{deux côtés égaux}$$

- a) Deux côtés égaux (et pas trois) : 1 **axe**, la médiatrice de la base, qui passe par le sommet principal.
- b) Trois côtés différents : **aucun** axe.
- c) Il est isocèle : 1 **axe**, la médiatrice de l'hypoténuse, qui passe par le sommet de l'angle droit.

Réponse. a) 1 · b) 0 · c) 1.

Correction de l'exercice 3 - La diagonale du rectangle

Plions le long de (AC) . Le point B vient de l'autre côté de la diagonale, mais pas sur D : le symétrique de B par rapport à (AC) n'est pas un sommet du rectangle (dans un rectangle non carré, la diagonale n'est pas perpendiculaire à $[BD]$).

$$(AC) \not\perp (BD) \text{ donc } B' \neq D$$

Les deux triangles ABC et ACD ne se superposent pas par ce pliage : la diagonale n'est **pas** un axe. Les axes du rectangle sont les deux médiatrices de ses côtés.

Réponse. Non : les axes du rectangle sont les médiatrices de ses côtés.

Correction de l'exercice 4 - Le parallélogramme

On essaie les droites « naturelles » :

- les médiatrices des côtés : le pliage ne superpose pas les angles aigus et obtus ;
- les diagonales : leurs pliages ne superposent pas les côtés, car les côtés voisins n'ont pas la même longueur.

$$AB \neq BC \text{ et } \hat{A} \neq \hat{B}$$

Un parallélogramme quelconque n'a **aucun** axe de symétrie. (Il a en revanche un **centre** de symétrie, étudié en cinquième.)

Réponse. Non, aucun axe.

Correction de l'exercice 5 - Le trapèze isocèle

Le pliage le long de la médiatrice commune de $[AB]$ et de $[DC]$ amène A sur B et D sur C : les deux moitiés se superposent, puisque :

$$AD = BC$$

Aucune autre droite ne convient (les côtés parallèles n'ont pas la même longueur). Le trapèze isocèle a donc 1 **axe** de symétrie.

Réponse. 1 axe : la médiatrice des bases.

Correction de l'exercice 6 - L'hexagone régulier

On trouve deux sortes d'axes :

- les 3 droites qui joignent deux sommets opposés ;
- les 3 médiatrices de deux côtés opposés.

$$3 + 3 = 6 \text{ axes}$$

C'est la règle des polygones réguliers : un polygone régulier à n côtés a n axes de symétrie. Plus il y a de côtés, plus il y a d'axes.

Réponse. 6 axes.

Correction de l'exercice 7 - Les polygones réguliers

Pour un polygone régulier :

$$\text{nombre d'axes} = \text{nombre de côtés}$$

- a) Pentagone régulier : 5 axes. Comme le nombre de côtés est impair, chaque axe passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.
- b) Octogone régulier : 8 axes.
- c) 12 côtés : c'est un dodécagone régulier.

Réponse. a) 5 · b) 8 · c) 12 côtés.

Correction de l'exercice 8 - Le cercle

Toute droite qui passe par le centre O partage le cercle en deux demi-cercles qui se superposent par pliage : c'est un axe.

$$(d) \text{ passe par } O \implies (d) \text{ est un axe du cercle}$$

Il y en a une **infinité** (autant que de diamètres). Une droite qui ne passe pas par le centre n'est pas un axe : elle coupe le cercle en deux parties inégales.

Réponse. Une infinité, passant toutes par le centre.

Correction de l'exercice 9 - Des mots symétriques

- a) **Oui.** Chaque lettre O et T a un axe vertical, et le mot se lit pareil dans les deux sens (c'est un palindrome) : un miroir vertical au milieu renvoie OTTO.
- b) **Oui.** Les lettres E, X, C, D ont toutes un axe horizontal (on peut les plier en deux, haut sur bas) : l'axe horizontal du mot passe à mi-hauteur de toutes les lettres.
- c) **Non.** BOB est un palindrome, mais la lettre B n'a pas d'axe vertical : dans un miroir, elle serait retournée.

$$\text{axe vertical du mot} = \text{palindrome} + \text{lettres à axe vertical}$$

Réponse. a) oui · b) oui · c) non.

Correction de l'exercice 10 - La maison

Le seul pliage qui superpose la figure est la droite verticale qui passe par le sommet du toit et par le milieu de la base :

- elle est un axe du rectangle (médiatrice de sa largeur) ;
- elle est l'axe du triangle isocèle (médiatrice de sa base).

$$1 \text{ axe commun aux deux figures}$$

La droite horizontale qui est un axe du rectangle n'est pas un axe du triangle : la maison n'a qu'un axe.

Réponse. 1 axe vertical.

Correction de l'exercice 11 - Le cerf-volant

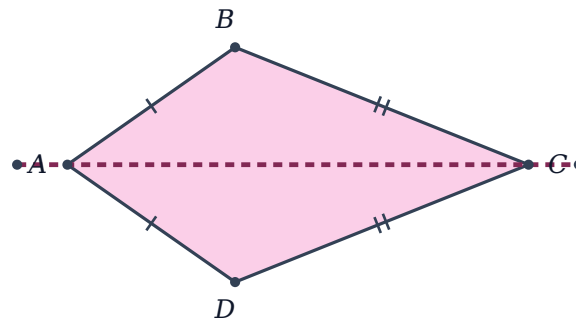
On lit sur les codages :

$$AB = AD \quad CB = CD$$

A est à égale distance de B et de D : il est sur la médiatrice de $[BD]$. De même pour C. La

droite (AC) est donc la médiatrice de $[BD]$: le pliage le long de (AC) amène B sur D et laisse A et C en place. (AC) est l'axe de symétrie du cerf-volant.

Réponse. La diagonale (AC) , médiatrice de $[BD]$.



Correction de l'exercice 12 - Deux cercles qui se coupent

Un axe doit être un axe de chacun des deux cercles, donc passer par leurs deux centres : la seule possibilité est la droite (AB) .

$$\text{axe} = (AB)$$

Le pliage le long de (AB) superpose chaque cercle à lui-même, et échange M et N . La droite (AB) est donc la médiatrice de $[MN]$. La figure a 1 **axe** (elle en aurait un second si les deux cercles avaient le même rayon).

Réponse. Oui, un seul : la droite (AB) .

Correction de l'exercice 13 - Deux axes exactement ?

Si un triangle a un axe, il a deux côtés égaux (par exemple $AB = AC$). S'il en a un second, il a encore deux côtés égaux, mais une autre paire (par exemple $BA = BC$). Alors :

$$AB = AC \quad \text{et} \quad BA = BC \quad \text{donc} \quad AB = BC = CA$$

Le triangle est équilatéral... et il a alors **trois** axes. Un triangle a donc 0, 1 ou 3 axes, jamais exactement 2.

Réponse. Non : deux axes entraînent trois côtés égaux, donc trois axes.

Correction de l'exercice 14 - Losange ou carré ?

Quatre côtés égaux : c'est un losange. Un losange non carré a exactement 2 axes (ses diagonales) ; un carré en a 4.

$$\text{losange:2 axes} \quad \text{carré:4 axes}$$

Avec exactement deux axes, ce n'est donc **pas** un carré : c'est un losange non carré.

Réponse. Non : c'est un losange non carré.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

- a) **Vrai.** Les deux diagonales et les deux médiatrices des côtés.
- b) **Faux.** Ce sont les médiatrices des côtés ; les diagonales ne le sont que pour un carré.
- c) **Vrai.** Pour un polygone régulier :

$$\text{nombre d'axes} = \text{nombre de côtés} = 8$$

- d) **Vrai.** C'est pour cela qu'un cercle a une infinité d'axes.

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) vrai.