

Plaquette 3 – Construire le symétrique à l'équerre et au compas

Symétrie axiale — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Construire un symétrique sans quadrillage.

- **À l'équerre** : on trace la perpendiculaire à (d) passant par M ; elle coupe (d) en I ; on place M' sur cette perpendiculaire, de l'autre côté, avec $IM' = IM$.

$$(MM') \perp (d) \quad IM' = IM$$

- **Au compas** : on choisit deux points A et B de (d) ; on trace le cercle de centre A passant par M et le cercle de centre B passant par M ; ils se recoupent en M' .
- **Justification** : $AM = AM'$ et $BM = BM'$, donc A et B sont sur la médiatrice de $[MM']$: cette médiatrice est (d) .
- Image d'un segment : le segment joignant les images de ses extrémités (même longueur). Image d'un cercle : le cercle de même rayon centré en l'image du centre.
- Image d'une droite : une droite. Si elle coupe l'axe en I , son image passe aussi par I .

Correction de l'exercice 1 – À l'équerre et à la règle

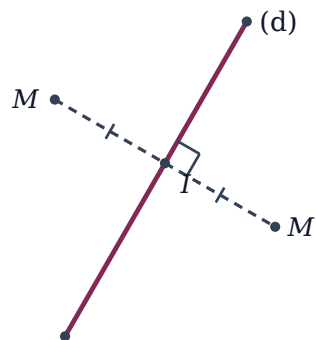
On utilise la définition : (d) doit être la médiatrice de $[MM']$.

- **1.** Tracer à l'équerre la perpendiculaire à (d) passant par M ; elle coupe (d) en I .
- **2.** Mesurer IM à la règle.
- **3.** Placer M' sur la perpendiculaire, de l'autre côté de (d) , tel que :

$$IM' = IM$$

- **4.** Coder l'angle droit en I et les longueurs égales.

Réponse. Perpendiculaire par M , puis report de IM de l'autre côté.



Correction de l'exercice 2 – Au compas seul

- N est sur le cercle de centre A passant par M : $AN = AM$.
- N est sur le cercle de centre B passant par M : $BN = BM$.

Un point à égale distance des extrémités d'un segment est sur sa médiatrice. Donc A et B

sont sur la médiatrice de $[MN]$:

$$(AB) = (d) = \text{médiatrice de } [MN]$$

Par définition, N est le symétrique de M par rapport à (d) : $N = M'$.

Réponse. A et B sont sur la médiatrice de $[MN]$, qui est donc (d) .

Correction de l'exercice 3 - Le symétrique d'un segment

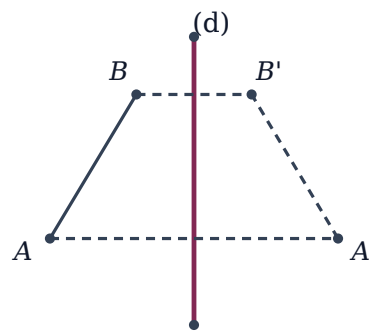
On construit les images A' et B' des deux extrémités (perpendiculaires à (d) et report des distances), puis on trace $[A'B']$.

La symétrie axiale conserve les longueurs :

$$A'B' = AB = 4 \text{ cm}$$

On peut le vérifier à la règle : c'est un bon contrôle de la précision de la construction.

Réponse. $A'B' = 4 \text{ cm}$.



Correction de l'exercice 4 - Le symétrique d'un triangle

a) La symétrie conserve les longueurs :

$$A'B' = 5 \text{ cm} \quad B'C' = 4 \text{ cm} \quad C'A' = 3 \text{ cm}$$

b) Elle conserve aussi les angles : l'angle droit en C a pour image un angle droit en C' . Le triangle $A'B'C'$ est donc **rectangle en C'** , exactement superposable à ABC (après l'avoir retourné).

Réponse. a) 5 cm, 4 cm, 3 cm · b) rectangle en C' .

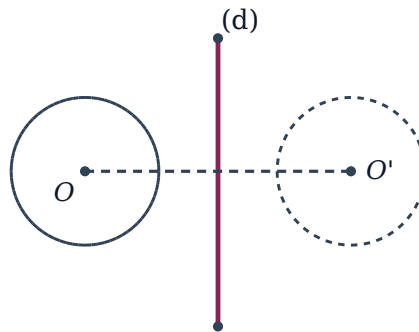
Correction de l'exercice 5 - Le symétrique d'un cercle

Il suffit de construire le symétrique O' du centre, puis de tracer le cercle de centre O' et de même rayon, car la symétrie conserve les longueurs : tous les points à 1 cm de O ont leur image à 1 cm de O' .

$$r' = r = 1 \text{ cm}$$

On n'a pas besoin de construire l'image de plusieurs points du cercle : le centre et le rayon suffisent.

Réponse. Le cercle de centre O' (image de O) et de rayon 1 cm.



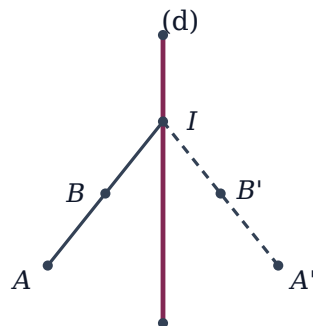
Correction de l'exercice 6 - Une droite qui coupe l'axe

I est un point de l'axe : il est sa propre image.

$$I' = I$$

L'image de la droite (AB) est une droite qui passe par A' , B' et I . Il suffit donc de construire **un seul** point image, par exemple A' , puis de tracer la droite $(A'I)$. Les deux droites forment avec l'axe des angles égaux, comme un rayon de lumière et son reflet dans un miroir.

Réponse. I est sur l'axe, donc $I' = I$: l'image est la droite $(A'I)$.



Correction de l'exercice 7 - Parallèle ou perpendiculaire à l'axe

a) Chaque point de (Δ) est à 2 cm de (d) ; son image est à 2 cm de l'autre côté. L'image de (Δ) est donc une droite **parallèle** à (d) , à 2 cm de l'autre côté :

$$\text{distance entre } (\Delta) \text{ et son image} = 2 \times 2 = 4 \text{ cm}$$

b) Pour un point de (δ) , la perpendiculaire à l'axe passant par ce point est (δ) elle-même : son image est encore sur (δ) . La droite (δ) est **sa propre image** (ses points s'échangent deux à deux de part et d'autre de l'axe).

Réponse. a) la parallèle à (d) symétrique, à 4 cm de (Δ) · b) (δ) elle-même.

Correction de l'exercice 8 - Programme de construction

Par définition de la symétrie, (d) est la médiatrice de $[AA']$: elle le coupe en son milieu I , perpendiculairement.

— A est à 3 cm de (d) , donc $AI = 3$ cm et $IA' = 3$ cm :

$$AA' = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$$

— L'angle entre $[AA']$ et (d) est droit : 90° .

Réponse. $AA' = 6$ cm et l'angle vaut 90° .

Correction de l'exercice 9 - Un triangle rectangle retourné

a) $(AC) \perp (AB)$ en A : la perpendiculaire à l'axe passant par C est la droite (AC) , et elle coupe l'axe en A . Donc C' est sur (AC) , de l'autre côté de A , avec $AC' = AC = 3$ cm.

$$CC' = 3 + 3 = 6 \text{ cm}$$

b) B est sur l'axe, donc $B' = B$, et l'image de $[BC]$ est $[BC']$: $BC' = BC = 5$ cm. Le triangle BCC' a deux côtés de 5 cm : il est **isocèle en B** .

Réponse. a) sur (AC) , $CC' = 6$ cm · b) isocèle en B .

Correction de l'exercice 10 - L'image d'un angle

La symétrie axiale conserve les angles :

$$x'\hat{O}'y' = x\hat{O}y = 50^\circ$$

Si l'axe passe par O , alors $O' = O$: l'angle image a le même sommet. Il est « retourné » par rapport à l'axe, mais mesure toujours 50° .

On peut le vérifier en construisant l'image de l'angle : ses deux côtés gardent le même écartement.

Réponse. 50° dans les deux cas.

Correction de l'exercice 11 - Deux points symétriques

Oui. B est le symétrique de A par rapport à (d) exactement quand (d) est la **médiatrice** de $[AB]$. Il y a donc une seule droite qui convient.

Construction au compas : on trace deux arcs de même rayon (plus grand que la moitié de AB), centrés en A et en B ; ils se coupent en deux points P et Q . La droite (PQ) est la médiatrice de $[AB]$:

$$PA = PB \quad QA = QB$$

Réponse. Oui : la médiatrice de $[AB]$, construite au compas.

Correction de l'exercice 12 - Un rectangle doublé

a) B et C sont sur l'axe : ils sont leur propre image. A et D ont leurs images A' et D' à 4 cm de l'autre côté de (BC) . Le rectangle et son image se touchent le long de $[BC]$ et forment un grand rectangle $AA'D'D$.

b) Il mesure $4 + 4 = 8$ cm sur 2 cm :

$$A = 8 \times 2 = 16 \text{ cm}^2$$

C'est le double de l'aire du rectangle de départ (8 cm^2).

Réponse. a) un rectangle · b) 8 cm sur 2 cm, 16 cm^2 .

Correction de l'exercice 13 - Un point de l'axe

K est sur l'axe, donc $K' = K$. L'image du segment $[KM]$ est $[KM']$, de même longueur :

$$KM' = KM = 3 \text{ cm}$$

Le triangle KMM' a deux côtés égaux issus de K : il est **isocèle en K** . L'axe (d) est son axe de symétrie (c'est la médiatrice de la base $[MM']$).

Réponse. $KM' = 3$ cm ; KMM' est isocèle en K .

Correction de l'exercice 14 - Deux figures superposables

La symétrie conserve les longueurs et les aires. Si EFG est l'image de RST , les deux triangles ont les mêmes côtés :

$$P_{RST} = P_{EFG} = 17 \text{ cm} \quad A_{RST} = 12 \text{ cm}^2$$

Ils sont superposables : on peut découper l'un et le poser exactement sur l'autre, à condition de le **retourner** (comme on plie une feuille le long de l'axe).

Réponse. 17 cm et 12 cm² ; oui, superposables après retournement.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Vrai.** Le rayon est conservé : on trace le cercle de même rayon centré en l'image du centre.

b) **Vrai.** I est sur l'axe, donc $I' = I$.

c) **Faux.** L'axe coupe $[AA']$ en son milieu :

$$AA' = 2 \times 2,5 = 5 \text{ cm}$$

d) **Vrai.** Avec deux cercles centrés sur l'axe et passant par le point.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) faux (5 cm) · d) vrai.