

Plaquette 2 - Construire le symétrique sur quadrillage

Symétrie axiale — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Symétrique sur quadrillage.

- Le symétrique M' de M est de l'**autre côté** de l'axe, sur la perpendiculaire à l'axe passant par M , **à la même distance** de l'axe.

$$\text{distance de } M' \text{ à l'axe} = \text{distance de } M \text{ à l'axe}$$

- **Axe vertical** : on compte les carreaux horizontalement ; la hauteur ne change pas.
Axe horizontal : on compte verticalement.
- **Axe en diagonale** des carreaux : on se déplace en diagonale, perpendiculairement à l'axe ; un point à « 2 à droite, 1 en haut » de l'axe devient « 1 à droite, 2 en haut », ses deux décalages sont échangés.
- Un point **de l'axe** est sa propre image.
- Pour un polygone : on construit l'image de **chaque sommet**, puis on relie les images **dans le même ordre**.
- La distance MM' vaut le double de la distance de M à l'axe :

$$MM' = 2 \times \text{distance de } M \text{ à l'axe}$$

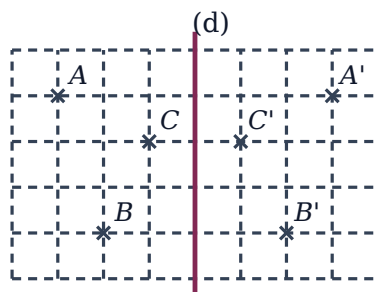
Correction de l'exercice 1 - Trois points, un axe vertical

Pour chaque point, on compte les carreaux horizontalement jusqu'à l'axe, puis on reporte le même nombre de l'autre côté, **à la même hauteur**.

$$\text{distance de } A' \text{ à } (d) = \text{distance de } A \text{ à } (d)$$

- A est à 3 carreaux à gauche de (d) : A' est à 3 carreaux à droite.
- B est à 2 carreaux : B' à 2 carreaux à droite.
- C est à 1 carreau : C' à 1 carreau à droite.

Réponse. A' , B' , C' à 3, 2 et 1 carreaux à droite de (d) , aux mêmes hauteurs.



Correction de l'exercice 2 - Le symétrique d'un segment

On construit l'image de chaque extrémité, puis on les relie.

- A est à 4 carreaux à gauche de (d) : A' est à 4 carreaux à droite, même hauteur.

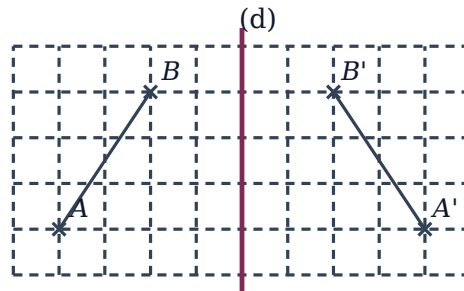
— B est à 2 carreaux à gauche : B' est à 2 carreaux à droite.

La symétrie axiale conserve les longueurs :

$$A'B' = AB$$

Les deux segments ont la même longueur, mais ils penchent dans des sens opposés : la figure est « retournée ».

Réponse. $[A'B']$ de l'autre côté de (d) ; $A'B' = AB$.



Correction de l'exercice 3 - Un triangle, un axe horizontal

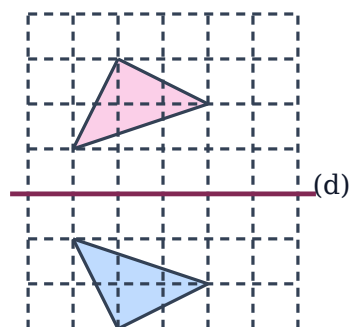
Axe horizontal : on compte les carreaux **verticalement** jusqu'à l'axe, on en reporte autant en dessous, et la position horizontale reste la même.

distance à (d) conservée, de l'autre côté

- Le sommet 1 carreau au-dessus de l'axe a son image 1 carreau en dessous.
- Le sommet 2 carreaux au-dessus a son image 2 carreaux en dessous.
- Le sommet 3 carreaux au-dessus a son image 3 carreaux en dessous, sur le bord du quadrillage.

On relie les trois images dans le même ordre.

Réponse. Voir la figure : le triangle bleu est le reflet du rose sous l'axe.



Correction de l'exercice 4 - Un sommet sur l'axe

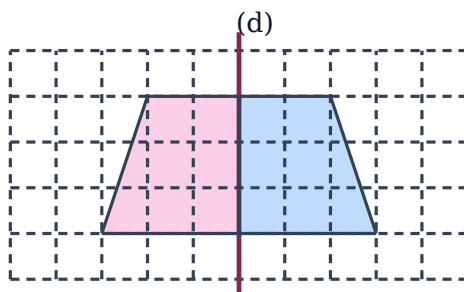
On construit l'image de chaque sommet.

- Les deux sommets situés **sur** (d) sont leur propre image : ils ne bougent pas.
- Le sommet à 3 carreaux de l'axe (en bas) a son image à 3 carreaux de l'autre côté ; celui à 2 carreaux (en haut) a son image à 2 carreaux.

La figure et son image ont un côté commun, porté par l'axe. Ensemble, elles forment une figure qui a (d) pour axe de symétrie :

$$M' = M \text{ pour tout point } M \text{ de l'axe}$$

Réponse. Les sommets de l'axe sont invariants ; figure et image se touchent le long de (d) .



Correction de l'exercice 5 - Une figure à cheval sur l'axe

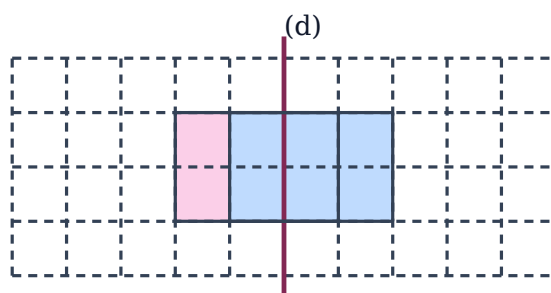
On construit l'image de chaque sommet, même de ceux qui sont de l'autre côté de l'axe :

- les sommets à 2 carreaux à gauche de (d) ont leur image à 2 carreaux à droite ;
- les sommets à 1 carreau à droite de (d) ont leur image à 1 carreau à gauche.

L'image est un rectangle de mêmes dimensions (3 carreaux sur 2), qui recouvre en partie le rose. La partie commune va de 1 carreau à gauche à 1 carreau à droite de l'axe :

$$2 \times 2 = 4 \text{ carreaux communs}$$

Réponse. Un rectangle de 2 carreaux sur 2, centré sur l'axe.



Correction de l'exercice 6 - Un axe en diagonale

Avec un axe en diagonale, on se déplace en diagonale (perpendiculairement à l'axe). En pratique, les deux décalages horizontal et vertical s'échangent :

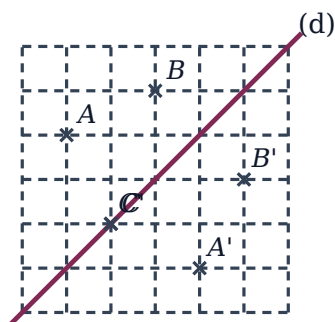
« a carreaux à droite, b en haut » devient « b à droite, a en haut »

- A (1 à droite, 4 en haut) donne A' (4 à droite, 1 en haut).

— $B(3 ; 5)$ donne $B'(5 ; 3)$.

— C est sur l'axe : $C' = C$.

Réponse. $A'(4 ; 1)$, $B'(5 ; 3)$, $C' = C$.



Correction de l'exercice 7 - Un triangle et la diagonale

On construit l'image de chaque sommet en échangeant ses deux décalages (depuis le coin en bas à gauche) :

$$(a ; b) \longrightarrow (b ; a)$$

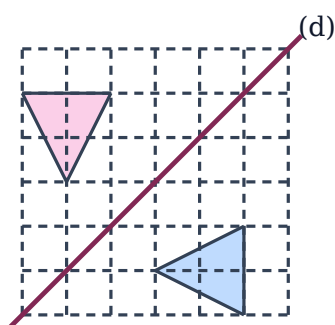
— $(1 ; 3)$ devient $(3 ; 1)$;

— $(2 ; 5)$ devient $(5 ; 2)$;

— $(0 ; 5)$ devient $(5 ; 0)$.

On relie les images dans le même ordre : le triangle bleu est le reflet du rose de l'autre côté de la diagonale.

Réponse. Sommets images : $(3 ; 1)$, $(5 ; 2)$, $(5 ; 0)$.



Correction de l'exercice 8 - Compléter la maison

Compléter une figure pour qu'elle ait un axe de symétrie, c'est ajouter l'image de la partie tracée.

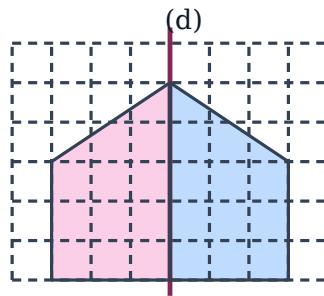
— Les deux sommets sur l'axe (en bas et en haut du toit) ne bougent pas.

— Les deux sommets à 3 carreaux à gauche ont leur image à 3 carreaux à droite, aux mêmes hauteurs.

figure complète = partie tracée + son image

On obtient une maison complète, parfaitement symétrique par rapport à (d) .

Réponse. Voir la figure : on ajoute le symétrique de la moitié gauche.



Correction de l'exercice 9 - Est-ce bien le symétrique ?

On construit le vrai symétrique du triangle rose par rapport à l'axe vertical à mi-chemin (à 4,5 carreaux du bord gauche). Chaque sommet passe de l'autre côté, à la même distance :

$$(1 ; 1) \rightarrow (8 ; 1) \quad (3 ; 1) \rightarrow (6 ; 1) \quad (1 ; 4) \rightarrow (8 ; 4)$$

Dans le vrai symétrique, l'angle droit est à **droite**, en $(8; 1)$. Sur le triangle bleu, il est à gauche, en $(6; 1)$. Le triangle bleu a simplement été **glissé** vers la droite, sans être retourné. Mila a tort.

Réponse. Non : le triangle bleu n'est pas retourné (angle droit du mauvais côté).

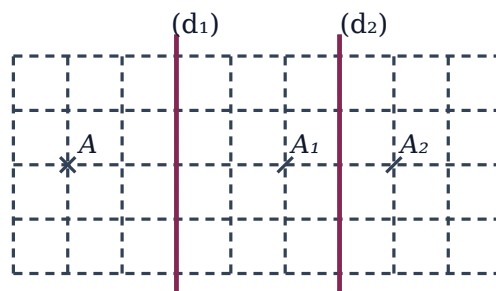
Correction de l'exercice 10 - Deux axes successifs

a) A est à 2 carreaux à gauche de (d_1) : A_1 est à 2 carreaux à droite de (d_1) . Or (d_2) est 3 carreaux à droite de (d_1) : A_1 est donc 1 carreau à gauche de (d_2) , et A_2 est 1 carreau à droite de (d_2) .

b) A est au carreau 1 et A_2 au carreau 7 : il s'est déplacé de 6 carreaux vers la droite. Une figure retournée deux fois revient dans son sens de départ : deux symétries successives d'axes parallèles reviennent à un simple glissement. On remarque :

$$6 = 2 \times 3 = 2 \times \text{écart entre les axes}$$

Réponse. a) A_1 au carreau 5, A_2 au carreau 7 · b) 6 carreaux.



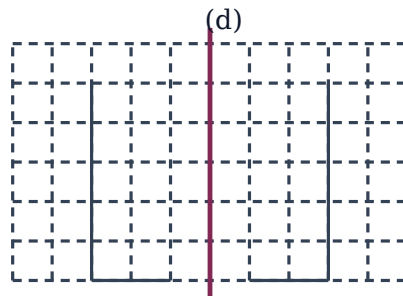
Correction de l'exercice 11 - La lettre L

On construit l'image des extrémités de chaque barre, puis on relie : la barre verticale est à 3 carreaux de l'axe, son image à 3 carreaux de l'autre côté ; la barre du bas part vers l'axe, son image part aussi vers l'axe, depuis l'autre côté.

distance à l'axe conservée sens gauche-droite inversé

La lettre image est un L **à l'envers**, comme vu dans un miroir : sa barre du bas est tournée vers la gauche. C'est pour cela qu'on écrit « AMBULANCE » à l'envers à l'avant des ambulances : dans le rétroviseur, le mot se lit à l'endroit.

Réponse. Un L retourné, comme dans un miroir.



Correction de l'exercice 12 - Compter pour mesurer

Le point et son image sont de part et d'autre de l'axe, chacun à la même distance de l'axe :

$$MM' = 2 \times \text{distance de } M \text{ à l'axe}$$

- a) $MM' = 2 \times 4 = 8$ carreaux.
- b) $NN' = 2 \times 2,5 = 5$ carreaux.

L'axe est au milieu de chaque segment : c'est sa médiatrice.

Réponse. a) 8 carreaux · b) 5 carreaux.

Correction de l'exercice 13 - Le chemin sur quadrillage

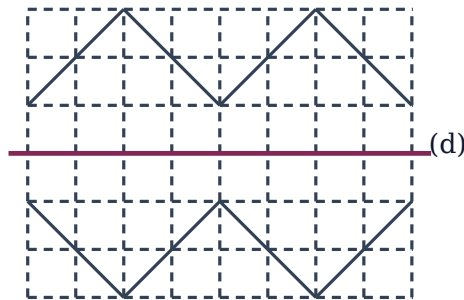
On construit l'image de chaque « coin » de la ligne, en comptant verticalement jusqu'à l'axe :

distance à (d) conservée, de l'autre côté

- les points à 1 carreau au-dessus de l'axe ont leur image à 1 carreau en dessous ;
- les points à 3 carreaux au-dessus ont leur image à 3 carreaux en dessous.

On relie les images dans le même ordre : les « pics » vers le haut deviennent des « creux » vers le bas.

Réponse. Voir la figure : une ligne en zigzag reflétée sous l'axe.



Correction de l'exercice 14 - Symétrique d'un carré sur quadrillage

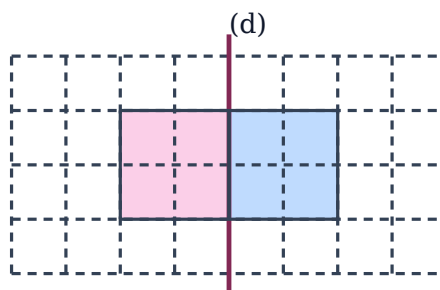
La symétrie conserve les longueurs et les angles : l'image d'un carré est un carré de même côté (2 carreaux). Ici, les deux sommets situés sur l'axe sont leur propre image : le carré et son image se touchent le long de ce côté.

L'aire est conservée : chaque carré couvre $2 \times 2 = 4$ carreaux.

$$A_{\text{totale}} = 4 + 4 = 8 \text{ carreaux}$$

La figure formée est un rectangle de 4 carreaux sur 2.

Réponse. Oui, un carré de même côté ; aire totale 8 carreaux.



Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Vrai.** On se déplace horizontalement, perpendiculairement à l'axe.

b) **Faux.** Il est à 3 carreaux de l'axe, donc à 6 carreaux de son image :

$$MM' = 2 \times 3 = 6$$

c) **Vrai.** On relie ensuite les images des sommets dans le même ordre.

d) **Faux.** Le symétrique est **retourné** ; une figure simplement glissée ne l'est pas.

Réponse. a) vrai · b) faux (6 carreaux) · c) vrai · d) faux.