

Plaquette 5 - Propriétés de la symétrie : calculer et justifier

Symétrie axiale — Sixième

Exercices

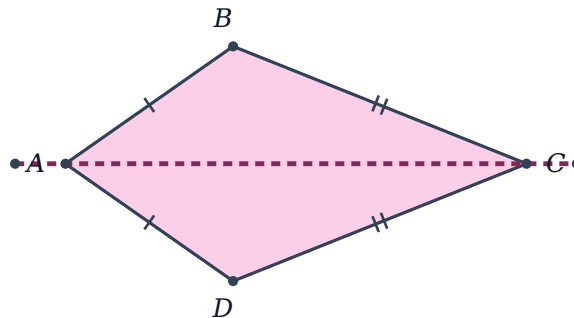
Méthode

La symétrie axiale **conserve** les longueurs, les angles, les aires, l'alignement, le parallélisme et les milieux. On s'en sert pour calculer sans mesurer dans des figures symétriques, pour justifier des propriétés, et pour résoudre des problèmes : miroir, billard, reflet dans l'eau, papier plié et découpé.

Exercice 1 - Le cerf-volant : calculer sans mesurer

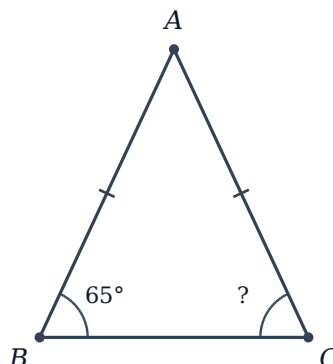
Le cerf-volant $ABCD$ a pour axe de symétrie la droite (AC) . On sait que $AB = 2,5$ cm, $BC = 4$ cm et $\widehat{ABC} = 100^\circ$.

- Donner AD , DC et $\widehat{ADC}$.
- Calculer le périmètre du cerf-volant.



Exercice 2 - Les angles à la base

Le triangle ABC est isocèle en A , et $\widehat{ABC} = 65^\circ$. Sans rapporteur ni calcul de somme, donner $\widehat{ACB}$. Justifier par la symétrie.



Exercice 3 - L'aire d'une figure symétrique

Une figure a un axe de symétrie qui la partage en deux moitiés. Une moitié a une aire de $12,5 \text{ cm}^2$. Quelle est l'aire de la figure ? Même question pour un papillon dont une aile mesure 15 cm^2 (le corps est négligé).

Exercice 4 - Le reflet dans le lac

Un arbre de 6 m de haut se dresse au bord d'un lac calme. Son reflet dans l'eau est son symétrique par rapport à la surface de l'eau.

- Quelle est la « hauteur » du reflet ?
- Un oiseau vole à 4 m au-dessus de l'eau. À quelle distance sous la surface voit-on son reflet ? Quelle distance sépare l'oiseau de son reflet ?

Exercice 5 - Le papier plié

On plie une feuille en deux, puis on découpe dans le pli un demi-cœur, et ailleurs un petit rond. On déplie.

- Combien de trous obtient-on ? Quelles formes ?
- Quel est l'axe de symétrie de la feuille découpée ?

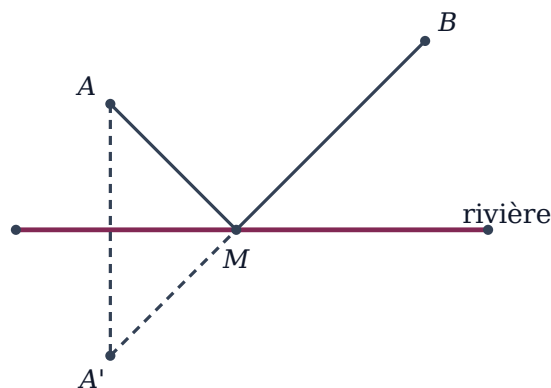
Exercice 6 - Au billard

Au billard, quand une boule rebondit sur une bande (un bord rectiligne), sa trajectoire après le rebond est la symétrique de sa trajectoire d'arrivée par rapport à la perpendiculaire à la bande au point de rebond, comme un reflet dans un miroir. La boule arrive en faisant un angle de 35° avec la bande. Quel angle fait-elle en repartant ? Pourquoi ?

Exercice 7 - Le plus court chemin

Une fermière part de sa maison A , va remplir un seau à la rivière (la droite (d)), puis rejoint l'étable B , située du même côté de la rivière. Elle cherche le point M de la rivière qui rend le trajet $AM + MB$ le plus court. On construit A' , le symétrique de A par rapport à (d) .

- Pourquoi a-t-on $AM = A'M$ pour tout point M de la rivière ?
- Où placer M pour que $A'M + MB$ soit le plus court ?



Exercice 8 - Alignement et milieu conservés

A , B et C sont alignés dans cet ordre, et B est le milieu de $[AC]$, avec $AC = 8$ cm. On construit leurs symétriques A' , B' , C' par rapport à une droite.

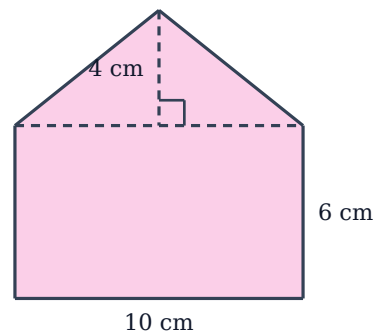
- A' , B' et C' sont-ils alignés ?
- Que représente B' pour $[A'C']$? Donner $A'B'$.

Exercice 9 - Parallèles conservées

Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. On construit leurs symétriques (d_1') et (d_2') par rapport à une droite (Δ) . Que peut-on dire de (d_1') et (d_2') ? Et si $(d_1) \perp (d_3)$?

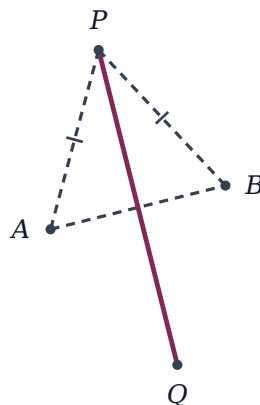
Exercice 10 - La maison codée

La maison ci-dessous a pour axe de symétrie la droite verticale qui passe par le sommet du toit. Le mur de gauche mesure 6 cm, la base 10 cm, et un pan du toit mesure 6,4 cm. Calculer le périmètre de la maison.

**Exercice 11 - Un point sur la médiatrice**

$[AB]$ est un segment et M un point de sa médiatrice (d) , avec $MA = 7$ cm.

- Quel est le symétrique de A par rapport à (d) ?
- En déduire MB et la nature du triangle MAB .



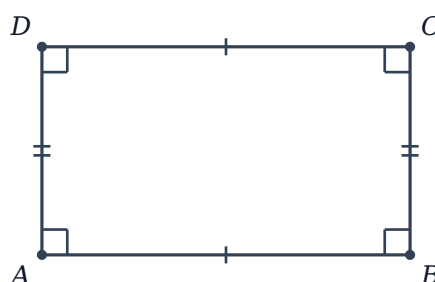
Exercice 12 - Lire dans un miroir

Tom écrit le mot MAMAN en capitales d'imprimerie et le regarde dans un miroir posé verticalement à côté du mot. Quelles lettres apparaissent inchangées ? Le mot se lit-il pareil ?

Exercice 13 - Figure et image : comparer

Le quadrilatère $ABCD$ a pour image $A'B'C'D'$ par une symétrie axiale. $ABCD$ est un rectangle de 6 cm sur 3,5 cm.

- Quelle est la nature de $A'B'C'D'$?
- Calculer son périmètre et son aire.

**Exercice 14 - Deux figures qui se chevauchent**

Un carré de 4 cm de côté est à cheval sur un axe (d) parallèle à deux de ses côtés : 3 cm d'un côté de l'axe, 1 cm de l'autre. On construit son symétrique.

- Quelle est l'aire de la partie commune au carré et à son image ?
- Quelle est l'aire totale de la figure formée par le carré et son image ?

Exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- L'image d'un triangle rectangle par une symétrie axiale est un triangle rectangle.
- Si I est le milieu de $[AB]$, alors I' est le milieu de $[A'B']$.
- Une figure et son symétrique ont toujours la même orientation.
- Une figure qui a un axe de symétrie a une aire égale au double de celle d'une de ses moitiés.