Plaquette 1 – Reconnaître les solides, compter, calculer un volume

Volumes et solides — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Ce qu'il faut savoir.

— Solides usuels : **cube**, **pavé droit**, **prisme droit**, **cylindre**, **pyramide**, **cône**, **boule**.

— Le cube et le pavé droit ont 6 faces, 12 arêtes et 8 sommets. Toutes les faces d'un cube sont des **carrés** identiques.

— Un **centimètre cube** (1 cm^3) est le volume d'un cube de 1 cm d'arête.

— **Volume d'un pavé rempli de cubes de** 1 **cm** : on compte les cubes d'une couche, puis on multiplie par le nombre de couches.

$$\text{nombre de cubes} = \text{cubes par rangée} \times \text{rangées} \times \text{couches}$$

Un pavé de 5 cm sur 4 cm sur 3 cm contient $5 \times 4 \times 3 = 60$ cubes de 1 cm, soit 60 cm^3.

— Un **patron** est la figure à plat qui, pliée, donne le solide : le patron d'un cube comporte 6 carrés.

— En **perspective cavalière**, les arêtes cachées se dessinent en pointillés.

Correction de l'exercice 1 – Reconnaître des solides

— a) C'est un **cube**.

— b) C'est un **cylindre de révolution**.

— c) C'est une **pyramide** à base carrée.

— d) C'est un **cône** de révolution.

— Remarque : le cube est un cas particulier de pavé droit, dont toutes les arêtes ont la même longueur c.

On reconnaît un solide à la forme de ses faces : faces planes (polygones) pour le cube, le pavé, le prisme et la pyramide ; surface courbe pour le cylindre, le cône et la boule.

Réponse. a) cube · b) cylindre · c) pyramide · d) cône.

Correction de l'exercice 2 – Compter faces, arêtes, sommets

— **Pavé droit** : 6 faces (toutes rectangulaires), 12 arêtes, 8 sommets.

— **Pyramide à base carrée** : 1 base carrée +4 faces triangulaires = 5 faces ; 4 arêtes de la base +4 arêtes montantes = 8 arêtes ; 4 sommets de la base +1 sommet principal = 5 sommets.

— Contrôle possible avec la relation d'Euler : faces + sommets − arêtes = 2. Pour le pavé : $6 + 8 - 12 = 2$; pour la pyramide : $5 + 5 - 8 = 2$. Correct.

Réponse. Pavé : 6 / 12 / 8 · pyramide : 5 / 8 / 5.

Correction de l'exercice 3 – Lire une perspective

a) Les arêtes cachées sont celles qui partent du sommet D, invisible depuis notre point de vue : $[DA]$, $[DC]$ et $[DH]$.

b) L'arête $[BF]$ est commune à deux faces : la face avant $ABFE$ et la face de droite $BCGF$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

c) La face opposée à la face avant est la face arrière :

$$ABFE \parallel DCGH$$

Dans un pavé droit, les faces opposées sont parallèles et identiques.

Réponse. a) $[DA]$, $[DC]$, $[DH]$ · b) $ABFE$ et $BCGF$ · c) $DCGH$.

Correction de l’exercice 4 – Compter les petits cubes

On compte par couches. Sur la face du dessus, on voit 4 cubes sur la longueur et 3 en profondeur : une couche contient $4 \times 3 = 12$ cubes. Il y a 2 couches.

$$4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ cubes}$$

Chaque cube a un volume de 1 cm³ : le pavé a un volume de 24 cm³. On retrouve la formule $V = L \times \ell \times h$.

Réponse. 24 cubes, soit 24 cm³.

Correction de l’exercice 5 – Le prisme droit

a) Il a 2 bases triangulaires (ABC et DEF) et 3 faces latérales rectangulaires : 5 faces en tout.

b) Arêtes : 3 pour chaque base, plus 3 arêtes latérales ($[AD]$, $[BE]$, $[CF]$) :

$$3 + 3 + 3 = 9 \text{ arêtes}$$

Sommets : 3 par base, soit 6 sommets.

Réponse. a) 5 faces (2 triangles, 3 rectangles) · b) 9 arêtes, 6 sommets.

Correction de l’exercice 6 – Volume d’un pavé droit

a) Formule du cours :

$$V = L \times \ell \times h = 6 \times 4 \times 3 = 72 \text{ cm}^3$$

b) Aire totale : les faces sont égales deux à deux.

$$A = 2(6 \times 4 + 6 \times 3 + 4 \times 3) = 2(24 + 18 + 12) = 2 \times 54 = 108 \text{ cm}^2$$

— **Attention aux unités** : un volume en cm³, une aire en cm².

Réponse. a) 72 cm³ · b) 108 cm².

Correction de l’exercice 7 – Volume d’un cube

a) Formule du volume d’un cube :

$$V = c \times c \times c = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ cm}^3$$

— Aire totale : $6 \times 5^2 = 6 \times 25 = 150$ cm².

b) Nouvelle arête : 15 cm, donc nouveau volume : $15^3 = 3\,375$ cm³.

— Rapport : $\dfrac{3\,375}{125} = 27$: le volume est multiplié par 27.

— Explication : les trois dimensions sont multipliées par 3, donc le volume par $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Réponse. a) 125 cm³ et 150 cm² · b) volume ×27.

Correction de l’exercice 8 – Comparer deux volumes

On compte les cubes couche par couche.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Solide A : une couche de $4 \times 3 = 12$ cubes, sur 2 couches, soit 24 cubes.
— Solide B : une couche de $3 \times 3 = 9$ cubes, sur 3 couches :

$$9 \times 3 = 27 \text{ cubes}$$

Le solide B a le plus grand volume : 27 cm³ contre 24 cm³, bien que A paraisse plus long.

Réponse. B (27 cm³ contre 24 cm³).

Correction de l’exercice 9 – Compter par couches

Une couche au fond contient 5 rangées de 4 cubes, soit $5 \times 4 = 20$ cubes.

Le pavé a 3 cm de haut : il y a 3 couches identiques.

$$20 \times 3 = 60 \text{ cubes}$$

Chaque cube a un volume de 1 cm³ : le volume du pavé est de 60 cm³. Compter par couches évite d’oublier les cubes cachés à l’intérieur, invisibles sur le dessin.

Réponse. 20 cubes par couche ; 60 cubes ; 60 cm³.

Correction de l’exercice 10 – Patron d’un cube

— a) Le cube a 6 faces, donc son patron comporte 6 **carrés** identiques.
— b) Les faces sont opposées **deux à deux** : il y a donc 3 paires de faces opposées.
— c) **Non** : en pliant une bande de 6 carrés, on referme un « tube » mais deux faces se superposent et il manque le dessus et le dessous. Un patron valide doit avoir une disposition en croix ou équivalente.
— Test pratique : on vérifie toujours qu’en pliant, chaque face vient à une place différente.

Réponse. a) 6 carrés · b) 3 paires · c) non.

Correction de l’exercice 11 – Volume d’un cube dans un pavé

Méthode 1 : compter dans chaque direction.

— Longueur : $10 \div 2 = 5$ cubes ; largeur : $6 \div 2 = 3$; hauteur : $4 \div 2 = 2$.
— Total : $5 \times 3 \times 2 = 30$ cubes.

Méthode 2 : par les volumes.

— Volume de la boîte : $10 \times 6 \times 4 = 240$ cm³ ; volume d’un cube : $2^3 = 8$ cm³.
— $240 \div 8 = 30$ cubes.
— Les deux méthodes concordent. Attention : la seconde ne suffit pas toujours — il faut que les dimensions soient des multiples de l’arête, ce qui est le cas ici.

Réponse. 30 cubes.

Correction de l’exercice 12 – Retrouver une dimension

a) On utilise $V = L \times \ell \times h$:

$$6 \times 5 \times h = 120 \quad \text{donc} \quad 30 \times h = 120$$

et $h = 120 \div 30 = 4$ cm.

b) On cherche le nombre dont le cube vaut 64 :

— $4 \times 4 \times 4 = 64$, donc l’arête mesure 4 cm.
— Contrôle : $4^3 = 64$ cm³. Correct.

Réponse. a) 4 cm · b) 4 cm.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 13 – Problème : une boîte de dés

On compte combien de dés tiennent dans chaque direction :

— dans la longueur : $12 \div 2 = 6$ dés ;
— dans la largeur : $6 \div 2 = 3$ dés ;
— dans la hauteur : $4 \div 2 = 2$ couches.

$$6 \times 3 \times 2 = 36 \text{ dés}$$

On peut ranger 36 dés. Attention : un dé de 2 cm d’arête n’est pas un cube de 1 cm³, il en contient 8 ; on ne divise donc pas le volume de la boîte par 2.

Réponse. 36 dés.

Correction de l’exercice 14 – Problème : ranger des cubes dans un carton

Avec des cubes de 10 cm : $30 \div 10 = 3$ dans la longueur, 2 dans la largeur et 2 dans la hauteur, soit $3 \times 2 \times 2 = 12$ cubes.

Avec des cubes de 1 cm : une couche contient $30 \times 20 = 600$ cubes, et il y a 20 couches :

$$600 \times 20 = 12\,000 \text{ cubes}$$

Le volume du carton est de 12 000 cm³. Chaque cube de 10 cm contient $10 \times 10 \times 10 = 1000$ petits cubes : $12 \times 1000 = 12\,000$, les deux calculs concordent.

Réponse. 12 cubes de 10 cm ; 12 000 cubes de 1 cm.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : deux boîtes de sucres

a) Boîte A : une couche de $10 \times 5 = 50$ morceaux, sur 4 couches, soit 200 morceaux. Boîte B : une couche de $6 \times 6 = 36$ morceaux, sur 6 couches :

$$36 \times 6 = 216 \text{ morceaux}$$

b) La boîte B a le plus grand volume : 216 cm³ contre 200 cm³.

c) Oui : le fond de A mesure 50 cm², celui de B 36 cm². Un fond plus grand ne suffit pas à donner un plus grand volume : B compense par sa hauteur.

Réponse. a) 200 et 216 — b) B — c) oui (50 cm² contre 36 cm²).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).