

Plaquette 1 – Reconnaître les solides, compter, calculer un volume

Volumes et solides — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Ce qu'il faut savoir.

- Solides usuels : **cube**, **pavé droit** (parallélépipède rectangle), **prisme droit**, **cylindre de révolution**, **pyramide**, **cône**, **boule**.
- Le cube et le pavé droit ont 6 faces, 12 arêtes et 8 sommets. Toutes les faces d'un cube sont des **carrés** identiques.
- **Volume du pavé droit et du cube** :

$$V_{\text{pavé}} = L \times \ell \times h \quad V_{\text{cube}} = c \times c \times c$$

- **Aire totale** d'un pavé : $A = 2(L\ell + Lh + \ell h)$; d'un cube : $A = 6c^2$.
- **Unités de volume** : $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$ et $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$ (facteur 1 000 à chaque changement d'unité).
- **Contenances** :

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 \quad 1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3 \quad 1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$$

- Un **patron** est la figure à plat qui, pliée, donne le solide : le patron d'un cube comporte 6 carrés.
- En **perspective cavalière**, les arêtes cachées se dessinent en pointillés, et les faces parallèles restent parallèles.

Correction de l'exercice 1 – Reconnaître des solides

- a) C'est un **cube**.
- b) C'est un **cylindre de révolution**.
- c) C'est une **pyramide** à base carrée.
- d) C'est un **cône** de révolution.
- Remarque : le cube est un cas particulier de pavé droit, dont toutes les arêtes ont la même longueur c .

On reconnaît un solide à la forme de ses faces : faces planes (polygones) pour le cube, le pavé, le prisme et la pyramide ; surface courbe pour le cylindre, le cône et la boule.

Réponse. a) cube · b) cylindre · c) pyramide · d) cône.

Correction de l'exercice 2 – Compter faces, arêtes, sommets

- **Pavé droit** : 6 faces (toutes rectangulaires), 12 arêtes, 8 sommets.
- **Pyramide à base carrée** : 1 base carrée + 4 faces triangulaires = 5 faces ; 4 arêtes de la base + 4 arêtes montantes = 8 arêtes ; 4 sommets de la base + 1 sommet principal = 5 sommets.
- Contrôle possible avec la relation d'Euler : faces + sommets – arêtes = 2. Pour le pavé : $6 + 8 - 12 = 2$; pour la pyramide : $5 + 5 - 8 = 2$. Correct.

Réponse. Pavé : 6 / 12 / 8 · pyramide : 5 / 8 / 5.

Correction de l'exercice 3 - Lire une perspective

- a) Les arêtes cachées sont celles qui partent du sommet D , invisible depuis notre point de vue : $[DA]$, $[DC]$ et $[DH]$.
- b) L'arête $[BF]$ est commune à deux faces : la face avant $ABFE$ et la face de droite $BCGF$.
- c) La face opposée à la face avant est la face arrière :

$$ABFE \parallel DCGH$$

Dans un pavé droit, les faces opposées sont parallèles et identiques.

Réponse. a) $[DA]$, $[DC]$, $[DH]$ · b) $ABFE$ et $BCGF$ · c) $DCGH$.

Correction de l'exercice 4 - Compter les petits cubes

On compte par couches. Sur la face du dessus, on voit 4 cubes sur la longueur et 3 en profondeur : une couche contient $4 \times 3 = 12$ cubes. Il y a 2 couches.

$$4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ cubes}$$

Chaque cube a un volume de 1 cm^3 : le pavé a un volume de 24 cm^3 . On retrouve la formule $V = L \times \ell \times h$.

Réponse. 24 cubes, soit 24 cm^3 .

Correction de l'exercice 5 - Le prisme droit

a) Il a 2 bases triangulaires (ABC et DEF) et 3 faces latérales rectangulaires : 5 faces en tout.

b) Arêtes : 3 pour chaque base, plus 3 arêtes latérales ($[AD]$, $[BE]$, $[CF]$) :

$$3 + 3 + 3 = 9 \text{ arêtes}$$

Sommets : 3 par base, soit 6 sommets.

Réponse. a) 5 faces (2 triangles, 3 rectangles) · b) 9 arêtes, 6 sommets.

Correction de l'exercice 6 - Volume d'un pavé droit

a) Formule du cours :

$$V = L \times \ell \times h = 6 \times 4 \times 3 = 72 \text{ cm}^3$$

b) Aire totale : les faces sont égales deux à deux.

$$A = 2(6 \times 4 + 6 \times 3 + 4 \times 3) = 2(24 + 18 + 12) = 2 \times 54 = 108 \text{ cm}^2$$

— **Attention aux unités** : un volume en cm^3 , une aire en cm^2 .

Réponse. a) 72 cm^3 · b) 108 cm^2 .

Correction de l'exercice 7 - Volume d'un cube

a) Formule du volume d'un cube :

$$V = c \times c \times c = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ cm}^3$$

— Aire totale : $6 \times 5^2 = 6 \times 25 = 150 \text{ cm}^2$.

b) Nouvelle arête : 15 cm, donc nouveau volume : $15^3 = 3\,375 \text{ cm}^3$.

— Rapport : $\frac{3\,375}{125} = 27$: le volume est multiplié par 27.

— Explication : les trois dimensions sont multipliées par 3, donc le volume par $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Réponse. a) 125 cm^3 et $150 \text{ cm}^2 \cdot \text{b) volume} \times 27$.

Correction de l'exercice 8 - Conversions de volumes

Règle du cours : facteur 1 000 entre deux unités de volume consécutives, car un cube de 1 dm d'arête contient $10 \times 10 \times 10$ cubes de 1 cm d'arête.

$$1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 \quad 1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$$

- a) $2 \times 1\,000 = 2\,000 \text{ cm}^3$.
- b) $4\,500 \div 1\,000 = 4,5 \text{ dm}^3$.
- c) $0,5 \times 1\,000 = 500 \text{ dm}^3$.
- **Piège** : pour les volumes, le facteur est 1 000 (et non 10 comme pour les longueurs ou 100 comme pour les aires).

Réponse. a) $2\,000 \text{ cm}^3$ · b) $4,5 \text{ dm}^3$ · c) 500 dm^3 .

Correction de l'exercice 9 - Volumes et litres

Relations du cours entre volumes et contenances :

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 \quad 1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$$

- a) $3 \text{ L} = 3 \text{ dm}^3$, et $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$, donc $3 \text{ L} = 3\,000 \text{ cm}^3$.
- b) $250 \text{ cm}^3 = 250 \text{ mL}$.
- c) $2 \text{ m}^3 = 2\,000 \text{ dm}^3 = 2\,000 \text{ L}$.

Une bouteille d'un litre remplit exactement un cube de 10 cm d'arête.

Réponse. a) $3 \text{ dm}^3 = 3\,000 \text{ cm}^3$ · b) 250 mL · c) $2\,000 \text{ L}$.

Correction de l'exercice 10 - Patron d'un cube

- a) Le cube a 6 faces, donc son patron comporte 6 **carrés** identiques.
- b) Les faces sont opposées **deux à deux** : il y a donc 3 paires de faces opposées.
- c) **Non** : en pliant une bande de 6 carrés, on referme un « tube » mais deux faces se superposent et il manque le dessus et le dessous. Un patron valide doit avoir une disposition en croix ou équivalente.
- Test pratique : on vérifie toujours qu'en pliant, chaque face vient à une place différente.

Réponse. a) 6 carrés · b) 3 paires · c) non.

Correction de l'exercice 11 - Volume d'un cube dans un pavé

Méthode 1 : compter dans chaque direction.

- Longueur : $10 \div 2 = 5$ cubes ; largeur : $6 \div 2 = 3$; hauteur : $4 \div 2 = 2$.
- Total : $5 \times 3 \times 2 = 30$ cubes.

Méthode 2 : par les volumes.

- Volume de la boîte : $10 \times 6 \times 4 = 240 \text{ cm}^3$; volume d'un cube : $2^3 = 8 \text{ cm}^3$.
- $240 \div 8 = 30$ cubes.
- Les deux méthodes concordent. Attention : la seconde ne suffit pas toujours — il faut que les dimensions soient des multiples de l'arête, ce qui est le cas ici.

Réponse. 30 cubes.

Correction de l'exercice 12 - Retrouver une dimension

a) On utilise $V = L \times \ell \times h$:

$$6 \times 5 \times h = 120 \quad \text{donc} \quad 30 \times h = 120$$

et $h = 120 \div 30 = 4$ cm.

b) On cherche le nombre dont le cube vaut 64 :

— $4 \times 4 \times 4 = 64$, donc l'arête mesure 4 cm.

— Contrôle : $4^3 = 64$ cm³. Correct.

Réponse. a) 4 cm · b) 4 cm.

Correction de l'exercice 13 - Problème : aquarium

a) Volume : $60 \times 30 \times 40 = 72\,000$ cm³.

— Conversion : 1 L = 1 000 cm³, donc $72\,000 \div 1\,000 = 72$ L.

b) Trois quarts de 72 L : $72 \div 4 \times 3 = 18 \times 3 = 54$ L.

— Contrôle : il resterait 18 L d'air, et $54 + 18 = 72$ L. Cohérent.

Réponse. a) 72 000 cm³ = 72 L · b) 54 L.

Correction de l'exercice 14 - Problème : cartons dans un camion

a) 50 cm = 0,5 m, donc :

$$V = 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,125 \text{ m}^3$$

— Vérification : $0,125 \text{ m}^3 = 125 \text{ dm}^3 = 125$ L. Cohérent avec un cube de 50 cm.

b) Dans un cube de 1 m = 100 cm d'arête, on range 2 cartons dans chaque direction : $2 \times 2 \times 2 = 8$ cartons par m³. Pour 24 m³ : $24 \times 8 = 192$ cartons (en supposant un rangement parfait, sans espace perdu).

— Contrôle : $192 \times 0,125 = 24$ m³.

Réponse. a) 0,125 m³ · b) 8 cartons par m³, soit 192 cartons.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : comparer deux récipients

a) Volume de A : $20 \times 10 \times 15 = 3\,000$ cm³.

— Volume de B : $13^3 = 13 \times 13 \times 13 = 2\,197$ cm³.

b) A contient davantage : $3\,000 > 2\,197$.

— Différence : $3\,000 - 2\,197 = 803$ cm³.

— En litres : $803 \text{ cm}^3 = 0,803$ L, soit 803 mL.

Réponse. a) 3 000 cm³ et 2 197 cm³ · b) A, avec $803 \text{ cm}^3 = 0,803$ L de plus.