

Plaquette 2 - Solides : vocabulaire, perspective et patrons

Volumes et solides — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Solides et patrons.

- Une **face** est une surface plane qui limite le solide ; une **arête** est le segment commun à deux faces ; un **sommet** est un point où se rejoignent plusieurs arêtes.
- Pavé droit et cube : 6 faces, 12 arêtes, 8 sommets. Prisme droit à base triangulaire : 5 faces, 9 arêtes, 6 sommets. Pyramide à base carrée : 5 faces, 8 arêtes, 5 sommets.
- **Perspective cavalière** : les arêtes cachées sont en pointillés ; des arêtes parallèles restent parallèles ; les faces de devant et de derrière sont dessinées en vraie grandeur, les autres sont déformées.
- **Patron** : figure plane qui, une fois pliée, recouvre exactement le solide. Un patron de cube a 6 carrés ; un patron de pavé a 6 rectangles égaux deux à deux.
- **Longueur totale des arêtes** d'un pavé :

$$\text{longueur des arêtes} = 4 \times (L + l + h)$$

- Le patron d'un cylindre est formé de deux disques et d'un rectangle dont la longueur est le périmètre du disque :

$$\text{longueur du rectangle} = 2 \times \pi \times r$$

Correction de l'exercice 1 - La pyramide

a) La base carrée $ABCD$ et quatre faces latérales triangulaires (SAB , SBC , SCD , SDA) : 5 faces.

b) On compte les arêtes de la base puis celles qui montent vers S :

$$4 + 4 = 8 \text{ arêtes}$$

Sommets : les 4 sommets de la base et le sommet principal S , soit 5 sommets.

c) Les arêtes issues du sommet D , invisible : $[DA]$, $[DC]$ et $[DS]$.

Réponse. a) 5 faces dont 4 triangles · b) 8 arêtes, 5 sommets · c) $[DA]$, $[DC]$, $[DS]$.

Correction de l'exercice 2 - Le cylindre

a) Il a deux faces planes, deux **disques** identiques (les bases), et une **surface latérale courbe**. Il n'a ni arête (au sens des polyèdres) ni sommet : les bords des disques sont des cercles.

b) On obtient un **rectangle**. Sa hauteur est celle du cylindre, et sa longueur est le tour du disque de base :

$$\text{longueur} = 2 \times \pi \times r$$

Réponse. a) 2 disques et une surface courbe ; pas de sommet · b) un rectangle.

Correction de l'exercice 3 - Le tableau des solides

On compte méthodiquement : les faces (bases + faces latérales), les arêtes (celles des bases + celles qui les relient), puis les sommets.

Solide	Faces	Arêtes	Sommets
Cube	6	12	8
Pavé droit	6	12	8
Prisme à base triangulaire	5	9	6
Pyramide à base carrée	5	8	5
Pyramide à base triangulaire	4	6	4

Contrôle sur chaque ligne :

$$\text{faces} + \text{sommets} - \text{arêtes} = 2$$

Réponse. Voir le tableau (par exemple, prisme : 5, 9, 6).

Correction de l'exercice 4 - Arêtes parallèles dans un cube

a) Les arêtes « verticales » sont parallèles entre elles :

$$[AE] \parallel [BF] \parallel [CG] \parallel [DH]$$

b) Dans un cube, les 12 arêtes ont la même longueur : toutes les autres arêtes ont la même longueur que $[AB]$.

c) En perspective cavalière, les faces de côté sont déformées. En réalité, $BCGF$ est une face du cube : c'est un **carré**.

Réponse. a) $[BF]$, $[CG]$, $[DH]$ · b) toutes · c) un carré.

Correction de l'exercice 5 - Vraie grandeur ou pas ?

a) La face avant $ABFE$ (et la face arrière $DCGH$) est dessinée en **vraie grandeur** : c'est un rectangle de 5 cm sur 2,5 cm.

b) Sur le dessin, l'angle $\widehat{ABC}$ n'a pas l'air droit (l'arête $[BC]$ part « en biais », vers l'arrière). Dans la réalité, $ABCD$ est un rectangle :

$$\widehat{ABC} = 90^\circ$$

En perspective, on ne mesure pas les angles des faces fuyantes : on se sert de ce que l'on sait du solide.

Réponse. a) $ABFE$ (et $DCGH$) · b) non sur le dessin, oui en réalité.

Correction de l'exercice 6 - Patron d'un pavé droit

a) Les faces sont égales deux à deux :

- deux faces de 4 cm sur 3 cm (dessus et dessous) ;
- deux faces de 4 cm sur 2 cm (avant et arrière) ;
- deux faces de 2 cm sur 3 cm (côtés).

b) On additionne les aires des six rectangles :

$$2 \times (4 \times 3) + 2 \times (4 \times 2) + 2 \times (2 \times 3) = 24 + 16 + 12 = 52 \text{ cm}^2$$

Réponse. a) $2 \times (4 \times 3)$, $2 \times (4 \times 2)$, $2 \times (2 \times 3)$ · b) 52 cm^2 .

Correction de l'exercice 7 - Patrons de cube ou pas ?

On imagine le pliage autour d'un carré choisi comme base, et on vérifie que chaque face arrive à une place différente (dessus, dessous, avant, arrière, gauche, droite).

- **A** (en croix) : les quatre carrés de la ligne forment le « tour » du cube, les deux autres ferment le dessus et le dessous. C'est un patron.
- **B** (en escalier) : en pliant, les six carrés viennent chacun sur une face différente. C'est un patron.
- **C** (bloc de 2×3) : les carrés se chevauchent au pliage et deux faces restent ouvertes. Ce n'est **pas** un patron.

Un patron de cube compte toujours :

6 carrés, jamais en bloc de 2×2

Réponse. A et B ; C n'est pas un patron.

Correction de l'exercice 8 - Fabriquer un dé

On repère d'abord les faces opposées. En pliant autour du carré central (face 3) :

- le carré du bas et celui du haut (colonne du milieu) se font face : ils sont opposés ;
- les carrés à gauche et à droite du centre sont opposés ;
- le centre et le dernier carré de la ligne sont opposés.

On complète avec la règle :

$$\text{face opposée} = 7 - \text{face}$$

- En haut (en face du 1) : $7 - 1 = 6$.
- À droite du centre (en face du 2) : $7 - 2 = 5$.
- Au bout de la ligne (en face du 3) : $7 - 3 = 4$.

Réponse. 6 en haut, 5 à droite du centre, 4 au bout de la ligne.

Correction de l'exercice 9 - Patron du prisme

a) Le prisme a 5 faces : son patron comporte 2 **triangles** identiques (les bases) et 3 **rectangles** (les faces latérales).

b) Chaque rectangle s'appuie sur un côté du triangle : leurs longueurs sont 3 cm, 4 cm et 5 cm. Mis bout à bout, ils forment une bande dont la longueur est le périmètre du triangle :

$$3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$$

Réponse. a) 2 triangles et 3 rectangles · b) 3 cm, 4 cm et 5 cm.

Correction de l'exercice 10 - Patron d'un cylindre

L'étiquette déroulée est un rectangle :

- sa hauteur est celle de la boîte, 10 cm ;
- sa longueur est le tour du disque de base :

$$2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi \approx 18,84 \text{ cm}$$

L'étiquette mesure environ 18,84 cm sur 10 cm.

Réponse. Environ 18,84 cm sur 10 cm.

Correction de l'exercice 11 - Le squelette en fil de fer

Un pavé a 12 arêtes, qui vont par groupes de 4 arêtes de même longueur : 4 longueurs, 4 largeurs et 4 hauteurs.

$$\text{longueur de fil} = 4 \times (L + \ell + h) = 4 \times (6 + 4 + 3)$$

$$- 6 + 4 + 3 = 13 \text{ cm ;}$$

$$- 4 \times 13 = 52 \text{ cm.}$$

On retrouve le nombre d'arêtes avec la formule : 3 groupes de 4 arêtes égales.

Réponse. 52 cm.

Correction de l'exercice 12 - Le cube en fil de fer

Un cube a 12 arêtes, toutes de même longueur c :

$$12 \times c = 60$$

$$- c = 60 \div 12 = 5 \text{ cm.}$$

Contrôle : $12 \times 5 = 60 \text{ cm}$. Le cube obtenu a des arêtes de 5 cm.

Méthode. Chaque arête du cube utilise la même longueur de fil : on partage la longueur totale en 12 parts égales.

Réponse. 5 cm.

Correction de l'exercice 13 - L'empilement de cubes

On compte étage par étage : chaque étage est un carré de cubes.

$$3 \times 3 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 9 + 4 + 1 = 14 \text{ cubes}$$

Avec un quatrième étage en dessous, un carré de $4 \times 4 = 16$ cubes :

$$- 16 + 14 = 30 \text{ cubes.}$$

Plus généralement, on ajoute à chaque étage un carré de cubes : 1, 4, 9, 16, 25...

Réponse. 14 cubes ; 30 cubes pour quatre étages.

Correction de l'exercice 14 - Pyramide à base hexagonale

On raisonne comme pour la pyramide à base carrée.

— **Faces** : la base, plus une face triangulaire par côté de la base : $1 + 6 = 7$ faces.

— **Arêtes** : les 6 côtés de la base, plus 6 arêtes qui montent au sommet : 12 arêtes.

— **Sommets** : les 6 sommets de la base, plus le sommet principal : 7 sommets.

Contrôle :

$$7 + 7 - 12 = 2$$

Réponse. 7 faces, 12 arêtes, 7 sommets.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Vrai.** 4 sommets en bas et 4 en haut ; 4 arêtes en bas, 4 en haut et 4 verticales.

b) **Faux.** Seules les faces avant et arrière sont en vraie grandeur ; les autres sont dessinées comme des parallélogrammes.

c) **Faux.** Au pliage, des carrés se superposent : ce n'est pas un patron.

d) **Vrai.** Les faces opposées sont identiques :

$$6 \text{ faces} = 3 \text{ paires}$$

Réponse. a) vrai · b) faux · c) faux · d) vrai.