# Plaquette 3 – Volume d’un pavé droit en cubes

## Volumes et solides — Sixième

Corrections détaillées

**Boîte à outils**

**Le centimètre cube.** 1 cm³ est le volume d’un cube de 1 cm d’arête.

**Compter par couches.** Un pavé de longueur $L$, largeur $\ell$ et hauteur $h$ (en cm, nombres entiers) se remplit avec :

— une couche de $L \times \ell$ cubes ;

— $h$ couches identiques.

$$\text{nombre de cubes} = L \times \ell \times h$$

Le volume vaut ce nombre de centimètres cubes. Pour un cube d’arête $c$ : $c \times c \times c$ cubes.

**Comparer** deux volumes, c’est comparer les nombres de cubes qui les remplissent.

**Retrouver une dimension** : nombre de couches = nombre total de cubes ÷ nombre de cubes d’une couche.

### Correction de l’exercice 1 – Compter les cubes

On compte par couches. La couche du bas contient 4 cubes dans la longueur et 3 rangées, soit $4 \times 3 = 12$ cubes.

Le pavé a 2 couches :

$$12 \times 2 = 24 \text{ cubes}$$

Chaque cube a un volume de 1 cm³ : le pavé a un volume de 24 cm³. On ne voit pas tous les cubes sur le dessin, mais on sait qu’il n’y a pas de trou.

**Réponse.** 24 cubes ; 24 cm³.

### Correction de l’exercice 2 – Une couche, puis les couches

Une couche contient 6 cubes par rangée et 4 rangées : $6 \times 4 = 24$ cubes.

Il y a 3 couches :

$$24 \times 3 = 72 \text{ cubes}$$

Le volume du pavé est de 72 cm³. On retrouve le produit des trois dimensions : $6 \times 4 \times 3 = 72$, ce qui évite de compter les cubes un par un.

**Réponse.** 72 cubes ; 72 cm³.

### Correction de l’exercice 3 – Le volume d’un cube

Une couche contient $3 \times 3 = 9$ cubes, et il y a 3 couches : $9 \times 3 = 27$ cubes, soit 27 cm³.

Pour le cube de 5 cm d’arête :

$$5 \times 5 \times 5 = 25 \times 5 = 125 \text{ cubes}$$

soit 125 cm³. Quand l’arête passe de 3 à 5 cm, le volume fait bien plus que doubler.

**Réponse.** 27 cm³ ; 125 cm³.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Correction de l’exercice 4 – Sans dessin

On imagine la boîte remplie. Une couche au fond contient 7 rangées de 5 cubes, soit 35 cubes. La boîte a 2 cm de haut, donc 2 couches :

$$35 \times 2 = 70 \text{ cubes}$$

On peut y ranger 70 cubes : la boîte a un volume de 70 cm³. On peut aussi commencer par une rangée de 7 cubes, puis compter 5 rangées par couche et 2 couches : $7 \times 5 \times 2 = 70$.

**Réponse.** 70 cubes (70 cm³).

## Correction de l’exercice 5 – Choisir un ordre de calcul

On peut multiplier les trois dimensions dans n’importe quel ordre. On commence par $5 \times 4 = 20$, facile à calculer de tête, puis :

$$20 \times 6 = 120$$

Le pavé contient 120 cubes, soit 120 cm³. Dans l’ordre de l’énoncé, $5 \times 6 = 30$ puis $30 \times 4 = 120$ : même résultat.

**Réponse.** 120 cubes (120 cm³).

## Correction de l’exercice 6 – L’arête d’un cube

On cherche le nombre $c$ tel que $c \times c \times c$ donne le nombre de cubes. On essaie : $2 \times 2 \times 2 = 8$, $3 \times 3 \times 3 = 27$,

$$4 \times 4 \times 4 = 64$$

L’arête mesure 4 cm.

Pour 1000 cubes : $10 \times 10 \times 10 = 1000$, l’arête mesure 10 cm.

**Réponse.** 4 cm ; 10 cm.

## Correction de l’exercice 7 – La hauteur manquante

Une couche au fond contient $5 \times 4 = 20$ cubes. On cherche le nombre de couches :

$$100 \div 20 = 5$$

Il y a 5 couches : le pavé mesure 5 cm de haut.

Vérification : $5 \times 4 \times 5 = 100$ cubes. On divise le nombre total de cubes par le nombre de cubes d’une couche, comme on chercherait combien d’étages a un immeuble connaissant le nombre d’appartements par étage.

**Réponse.** 5 cm.

## Correction de l’exercice 8 – Compléter un pavé

Le pavé complet contient une couche de $4 \times 3 = 12$ cubes, sur 3 couches :

$$12 \times 3 = 36 \text{ cubes}$$

Léo en a déjà posé 30 : il lui en manque $36 - 30 = 6$, c’est-à-dire la moitié d’une couche de 12 cubes. Il ne faut pas confondre le nombre de cubes d’une couche et celui du pavé entier.

**Réponse.** 6 cubes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Correction de l’exercice 9 – Même volume, formes différentes

On cherche trois nombres entiers dont le produit vaut 24. Par exemple :

$$2 \times 3 \times 4 = 24 \qquad 1 \times 4 \times 6 = 24 \qquad 2 \times 2 \times 6 = 24$$

Ces trois pavés ont tous le même volume, 24 cm³, mais des formes très différentes. On peut aussi faire une « barre » de $1 \times 1 \times 24$, ou $1 \times 2 \times 12$, ou $1 \times 3 \times 8$.

**Réponse.** Par exemple $2 \times 3 \times 4$, $1 \times 4 \times 6$ et $2 \times 2 \times 6$.

## Correction de l’exercice 10 – Doubler les dimensions

Le premier pavé contient $2 \times 3 \times 1 = 6$ cubes. Le second mesure 4 cm sur 6 cm sur 2 cm :

$$4 \times 6 \times 2 = 48 \text{ cubes}$$

Or $48 = 8 \times 6$ : le volume est multiplié par 8, et non par 2. En doublant chaque dimension, on double la longueur, puis la largeur, puis la hauteur : $2 \times 2 \times 2 = 8$.

**Réponse.** Par 8.

## Correction de l’exercice 11 – Trois boîtes à comparer

On calcule le nombre de cubes de chaque boîte :

$$6 \times 5 \times 4 = 120 \qquad 8 \times 5 \times 3 = 120 \qquad 10 \times 4 \times 3 = 120$$

Les trois boîtes contiennent exactement 120 cubes : elles ont le même volume, 120 cm³, malgré des formes différentes. On ne peut pas comparer des volumes « à l’œil ».

**Réponse.** Aucune : les trois ont un volume de 120 cm³.

## Correction de l’exercice 12 – Repérer une erreur

L’élève a additionné les dimensions. Or le volume compte des cubes : une couche de $4 \times 3 = 12$ cubes, sur 2 couches.

$$4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ cm}^3$$

Contrôle de bon sens : la couche du bas contient déjà 12 cubes, plus que 9. On multiplie les dimensions, on ne les additionne pas.

**Réponse.** $4 \times 3 \times 2 = 24$ cm³.

## Correction de l’exercice 13 – Des cubes de 2 cm

Avec des cubes de 2 cm : $8 \div 2 = 4$ dans la longueur, $6 \div 2 = 3$ dans la largeur et $4 \div 2 = 2$ couches, soit $4 \times 3 \times 2 = 24$ cubes.

Avec des cubes de 1 cm :

$$8 \times 6 \times 4 = 192 \text{ cubes}$$

Chaque cube de 2 cm contient $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes de 1 cm : $24 \times 8 = 192$, les deux calculs concordent.

**Réponse.** 24 cubes de 2 cm ; 192 cubes de 1 cm.

## Correction de l’exercice 14 – Retrouver une dimension

Premier pavé : une couche contient $3 \times 4 = 12$ cubes, et $60 \div 12 = 5$ : il a 5 cm de haut.

Second pavé : une rangée de largeur 5 sur une hauteur de 2 donne $5 \times 2 = 10$ cubes par « tranche » de 1 cm de long :

$$60 \div 10 = 6$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Il mesure 6 cm de long. Vérification : $6 \times 5 \times 2 = 60$.

**Réponse.** 5 cm ; 6 cm.

## Correction de l’exercice 15 – Synthèse : la boîte à cubes

a) $10 \times 6 \times 5 = 300$ cubes : la boîte a un volume de 300 cm³.

b) Dans la longueur, $10 \div 5 = 2$ cubes ; dans la largeur, 6 cm ne permettent qu’un cube de 5 cm ; dans la hauteur, 1 couche. On range $2 \times 1 \times 1 = 2$ grands cubes.

c) Deux cubes de 5 cm occupent $2 \times 125 = 250$ cm³ :

$$300 - 250 = 50$$

Il reste la place de 50 cubes de 1 cm (une tranche de $10 \times 1 \times 5$ cm le long de la largeur).

**Réponse.** a) 300 cubes, 300 cm³ — b) 2 cubes — c) 50 cm³ libres.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).