

Plaquette 3 - Volume du pavé droit et du cube

Volumes et solides — Sixième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Volume du pavé droit et du cube.

- Un cube de 1 cm d'arête a un volume de 1 cm³ (« un centimètre cube »).
- Un pavé droit de dimensions L , ℓ et h (dans la **même unité**) :

$$V = L \times \ell \times h$$

- Un cube d'arête c :

$$V = c \times c \times c$$

- On peut aussi voir le volume comme « aire de la base $\times$ hauteur » : une couche de $L \times \ell$ cubes, répétée h fois.
- **Dimension manquante** : $h = V \div (L \times \ell)$.
- Si l'on double **une** dimension, le volume double ; si l'on double **les trois**, il est multiplié par $2 \times 2 \times 2 = 8$.

Correction de l'exercice 1 - Compter les cubes unités

On compte une couche, puis on multiplie par le nombre de couches. Une couche du dessus contient 3 cubes en longueur et 2 en profondeur, soit $3 \times 2 = 6$ cubes. Il y a 2 couches.

$$V = 3 \times 2 \times 2 = 12 \text{ cm}^3$$

Attention aux cubes cachés : on ne les voit pas sur le dessin, mais ils sont comptés dans le calcul.

Réponse. 12 cubes, soit 12 cm³.

Correction de l'exercice 2 - Appliquer la formule

Les trois dimensions sont en cm ; on applique la formule du pavé droit :

$$V = L \times \ell \times h = 8 \times 5 \times 2,5$$

- $8 \times 5 = 40$ (aire de la base, en cm²) ;
- $40 \times 2,5 = 100$.

Le volume de la boîte est 100 cm³. On peut aussi dire : 40 cubes par couche, sur 2,5 couches.

Réponse. 100 cm³.

Correction de l'exercice 3 - Un petit cube

On applique la formule du cube :

$$V = c \times c \times c = 1,5 \times 1,5 \times 1,5$$

- $1,5 \times 1,5 = 2,25$;
- $2,25 \times 1,5 = 3,375$.

Le volume est 3,375 cm³ : un peu plus de trois cubes de 1 cm³.

Contrôle : ce cube est plus grand qu'un cube de 1 cm^3 et plus petit qu'un cube de 2 cm d'arête (8 cm^3).

Réponse. $3,375 \text{ cm}^3$.

Correction de l'exercice 4 - Un volume en mètres cubes

Les trois dimensions sont en mètres : le volume sera en m^3 .

$$V = 2,5 \times 1,2 \times 4$$

- On choisit un ordre pratique : $2,5 \times 4 = 10$;
- puis $10 \times 1,2 = 12$.

Le volume du bac est 12 m^3 . Changer l'ordre des facteurs simplifie le calcul sans changer le résultat.

Réponse. 12 m^3 .

Correction de l'exercice 5 - Des unités différentes

On doit d'abord exprimer les trois longueurs dans la **même unité**.

En m : $50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$ et $30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$.

$$V = 2 \times 0,5 \times 0,3 = 0,3 \text{ m}^3$$

En cm : $2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$, et $200 \times 50 \times 30 = 300\,000 \text{ cm}^3$.

Contrôle : $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$, donc $0,3 \text{ m}^3 = 300\,000 \text{ cm}^3$.

Réponse. $0,3 \text{ m}^3 = 300\,000 \text{ cm}^3$.

Correction de l'exercice 6 - La hauteur manquante

On part de la formule et on remplace ce que l'on connaît :

$$6 \times 5 \times h = 180$$

- $6 \times 5 = 30$, donc $30 \times h = 180$;
- $h = 180 \div 30 = 6 \text{ cm}$.

Contrôle : $6 \times 5 \times 6 = 180 \text{ cm}^3$. (Ce pavé a deux dimensions de 6 cm , mais ce n'est pas un cube.)

Réponse. 6 cm .

Correction de l'exercice 7 - L'arête d'un cube

On cherche un nombre c tel que :

$$c \times c \times c = V$$

- a) On essaie : $2 \times 2 \times 2 = 8$; $3 \times 3 \times 3 = 27$. L'arête mesure 3 cm .
- b) $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: l'arête mesure 10 cm .

En b), ce cube de 10 cm d'arête a un volume de 1 dm^3 , c'est-à-dire 1 litre .

Réponse. a) 3 cm · b) 10 cm .

Correction de l'exercice 8 - Agrandir un pavé

a) $V = 4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ cm}^3$.

b) Nouveau pavé : $4 \times 3 \times 4 = 48 \text{ cm}^3$. Le volume a **doublé**.

c) Nouveau pavé : $8 \times 6 \times 4 = 192 \text{ cm}^3$. Or :

$$192 \div 24 = 8$$

Le volume est multiplié par 8, car chaque dimension est multipliée par 2 : $2 \times 2 \times 2 = 8$.

Réponse. a) 24 cm^3 · b) $48 \text{ cm}^3 (\times 2)$ · c) $192 \text{ cm}^3 (\times 8)$.

Correction de l'exercice 9 - Trois boîtes à comparer

On calcule chaque volume avec la formule :

$$V = L \times \ell \times h$$

— A : $10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \text{ cm}^3$.

— B : $20 \times 5 \times 10 = 1\,000 \text{ cm}^3$.

— C : $12 \times 8 \times 10 = 960 \text{ cm}^3$.

Classement : $C (960 \text{ cm}^3) < A = B (1\,000 \text{ cm}^3)$. Les boîtes A et B ont des formes différentes mais la même contenance.

Réponse. $C < A = B$.

Correction de l'exercice 10 - La brique

On applique la formule du pavé droit :

$$V = 22 \times 10,5 \times 6,5$$

— $22 \times 10,5 = 231$;

— $231 \times 6,5 = 1\,501,5$.

Le volume de la brique est $1\,501,5 \text{ cm}^3$, soit environ $1,5 \text{ dm}^3$.

Contrôle par ordre de grandeur : $20 \times 10 \times 7 = 1\,400 \text{ cm}^3$, proche de $1\,501,5 \text{ cm}^3$.

Réponse. $1\,501,5 \text{ cm}^3$.

Correction de l'exercice 11 - La boîte de sucres

On compte combien de morceaux se placent dans chaque direction :

— longueur : 10 morceaux, car $10 \times 1,5 = 15 \text{ cm}$;

— largeur : 6 morceaux, car $6 \times 1,5 = 9 \text{ cm}$;

— hauteur : $6 \div 1 = 6$ couches.

$$\text{nombre de morceaux} = 10 \times 6 \times 6 = 360$$

Réponse. 360 morceaux.

Correction de l'exercice 12 - Même volume, autre forme

Volume du cube :

$$V = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3$$

Pour le pavé : $8 \times 4 \times h = 64$, donc $32 \times h = 64$ et $h = 64 \div 32 = 2 \text{ cm}$.

On a « écrasé » le cube : la base a doublé, la hauteur a été divisée par 2, le volume n'a pas changé.

Réponse. 2 cm.

Correction de l'exercice 13 - La hauteur d'eau

L'eau forme un pavé dont la base est celle de l'aquarium :

$$50 \times 30 \times h = 30\,000$$

— Aire de la base : $50 \times 30 = 1\,500 \text{ cm}^2$;

— $h = 30\,000 \div 1\,500 = 20 \text{ cm}$.

L'eau monte à 20 cm de hauteur.

Contrôle : $50 \times 30 \times 20 = 30\,000 \text{ cm}^3$, soit bien 30 L.

Réponse. 20 cm.

Correction de l'exercice 14 - La pile de dalles

Volume d'une dalle :

$$V = 50 \times 50 \times 4 = 10\,000 \text{ cm}^3$$

— Pour 25 dalles : $25 \times 10\,000 = 250\,000 \text{ cm}^3$.

— En m^3 : $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$, donc $250\,000 \text{ cm}^3 = 0,25 \text{ m}^3$.

Autre calcul : la pile est un pavé de 50 cm sur 50 cm sur $25 \times 4 = 100 \text{ cm}$.

Réponse. $250\,000 \text{ cm}^3 = 0,25 \text{ m}^3$.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Vrai.** $5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ cm}^3$.

b) **Faux.** On multiplie trois fois l'arête :

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ cm}^3$$

(6 serait $2 + 2 + 2$ ou 2×3 .)

c) **Vrai.** $2 \times 2 \times 2 = 8$.

d) **Faux.** Un cube de 10 cm d'arête et un pavé de $20 \times 5 \times 10 \text{ cm}$ ont le même volume, $1\,000 \text{ cm}^3$.

Réponse. a) vrai · b) faux (8 cm^3) · c) vrai · d) faux.