FICHE DE RÉVISION

Suites et modèles d'évolution

Terminale maths complémentaires

1. Modéliser

Quantité constante r : $u_{n+1} = u_n + r$, $u_n = u_0 + nr$.
Taux constant t : $u_{n+1} = (1+t)u_n$, $u_n = u_0 q^n$ avec $q = 1 + t$.
Taux + apport : $u_{n+1} = au_n + b$ (arithmético-géométrique).

2. Limites de référence

n, n^2, $\sqrt{n} \to +\infty$; $\dfrac{1}{n}$, $\dfrac{1}{n^2} \to 0$.
Formes indéterminées : $\infty - \infty$, $0 \times \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$.
$\dfrac{3n+1}{n+2} = \dfrac{3 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{2}{n}} \to 3$.

3. Limite de q^n $(q > 0)$

$0 < q < 1$: $q^n \to 0$.
$q = 1$: $q^n = 1$.
$q > 1$: $q^n \to +\infty$.

4. Somme géométrique

$$1 + q + \cdots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Si $0 < q < 1$: elle tend vers $\dfrac{1}{1-q}$.
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots \to 2$.

5. Arithmético-géométrique

$u_{n+1} = au_n + b$:
1) $\ell = a\ell + b$, $\ell = \dfrac{b}{1-a}$;
2) $v_n = u_n - \ell$ géométrique de raison a ;
3) $u_n = \ell + (u_0 - \ell)a^n$;
4) si $0 < a < 1$: $u_n \to \ell$.

6. $u_{n+1} = f(u_n)$

Escalier entre la courbe de f et la droite $y = x$.
Limite éventuelle : solution de $f(\ell) = \ell$.
Gendarmes : $v_n \le u_n \le w_n$ et même limite.

7. Seuil en Python

```
while c > 0 :
c = 1.005 * c - 200
n = n + 1
```

Héron : $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right) \to \sqrt{2}$.

Pièges

— un pourcentage donne une suite géométrique ;
— $1 + q + \cdots + q^n$: $n + 1$ termes ;
— $\frac{1}{1-q}$ seulement si $0 < q < 1$;
— point fixe = limite seulement si $0 < a < 1$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).