

Plaquette 1 - Affixes, distances, angles et transformations

Géométrie des nombres complexes — Terminale maths expertes

Exercices

Méthode

On traduit les configurations géométriques en langage complexe : distances par des modules, angles par des arguments, alignement et orthogonalité par des quotients. On caractérise ensuite des ensembles de points et on reconnaît les transformations usuelles.

Exercice 1 - Affixes et distances

Soit A, B, C d'affixes $z_A = 1 + 2i$, $z_B = 4 - 2i$ et $z_C = -2 + i$.

- Calculer l'affixe de $\overrightarrow{AB}$, puis AB .
- Calculer AC et BC .

Exercice 2 - Milieu et parallélogramme

Soit A, B, C d'affixes $1 + i$, $5 + 3i$ et $2 + 6i$.

- Calculer l'affixe du milieu de $[AB]$.
- Déterminer l'affixe de D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 3 - Alignement

Soit A, B, C d'affixes $z_A = i$, $z_B = 2 + 3i$ et $z_C = 4 + 5i$. Les trois points sont-ils alignés ?

Exercice 4 - Orthogonalité

Soit A, B, C d'affixes $z_A = 1$, $z_B = 4 + 2i$ et $z_C = -1 + 3i$. Les droites (AB) et (AC) sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 5 - Nature d'un triangle

Soit A, B, C d'affixes $z_A = 2$, $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et $z_C = -1 - i\sqrt{3}$.

Déterminer la nature du triangle ABC .

Exercice 6 - Angle orienté

Soit A d'affixe 1, B d'affixe 3 et C d'affixe $1 + 2i$.

Calculer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.

Exercice 7 - Ensemble de points : cercle

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 2 + i| = 3$.

Exercice 8 - Ensemble de points : médiatrice

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 1| = |z + 3i|$.

Exercice 9 - Translation et homothétie

- a) Quelle transformation associe à z le complexe $z' = z + 2 - 3i$?
- b) Et $z' = 3z$? Préciser le centre et le rapport.
- c) Et $z' - 1 = 2(z - 1)$?

Exercice 10 - Rotation

Soit r la rotation de centre Ω d'affixe $1 + i$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

- a) Écrire l'expression complexe de r .
- b) Déterminer l'image du point A d'affixe $3 + i$.

Exercice 11 - Reconnaître une transformation

Soit la transformation d'expression $z' = iz + 2$.

- a) Montrer qu'elle admet un unique point fixe et déterminer son affixe.
- b) En déduire la nature de la transformation.

Exercice 12 - Synthèse : configuration complète

Soit A, B, C d'affixes $z_A = 1 + i$, $z_B = 4 + 2i$ et $z_C = 0 + 4i$.

- a) Calculer AB , AC et BC .
- b) Calculer $Z = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ et en déduire la nature du triangle.
- c) Déterminer l'affixe du point D image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.