Plaquette 1 – Affixes, distances, angles et transformations

Géométrie des nombres complexes — Terminale maths expertes

Exercices

Méthode

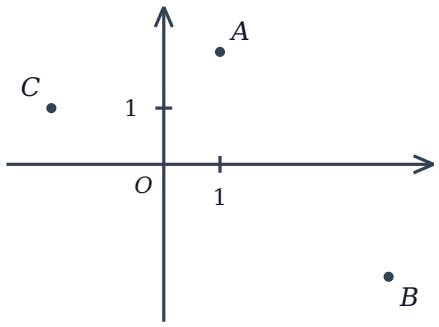
On traduit les configurations géométriques en langage complexe : distances par des modules, angles par des arguments, alignement et orthogonalité par des quotients. On caractérise ensuite des ensembles de points et on reconnaît les transformations usuelles.

Exercice 1 – Affixes et distances

Soit A, B, C d'affixes $z_A = 1 + 2i$, $z_B = 4 - 2i$ et $z_C = -2 + i$.

a) Calculer l'affixe de $\overrightarrow{AB}$, puis AB.

b) Calculer AC et BC.



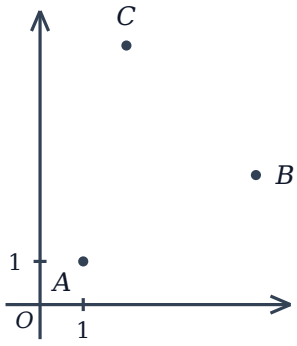
Les points A, B et C

Exercice 2 – Milieu et parallélogramme

Soit A, B, C d'affixes $1 + i$, $5 + 3i$ et $2 + 6i$.

a) Calculer l'affixe du milieu de $[AB]$.

b) Déterminer l'affixe de D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.



Trois sommets du parallélogramme

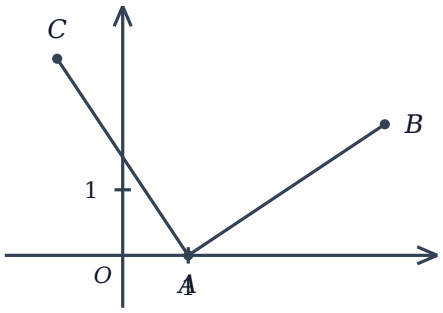
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – Alignement

Soit A, B, C d'affixes $z_A = i$, $z_B = 2 + 3i$ et $z_C = 4 + 5i$. Les trois points sont-ils alignés ?

Exercice 4 – Orthogonalité

Soit A, B, C d'affixes $z_A = 1$, $z_B = 4 + 2i$ et $z_C = -1 + 3i$. Les droites (AB) et (AC) sont-elles perpendiculaires ?

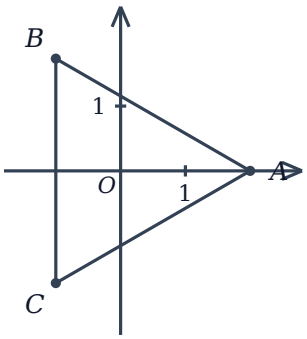


Les points A, B et C

Exercice 5 – Nature d'un triangle

Soit A, B, C d'affixes $z_A = 2$, $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et $z_C = -1 - i\sqrt{3}$.

Déterminer la nature du triangle ABC.



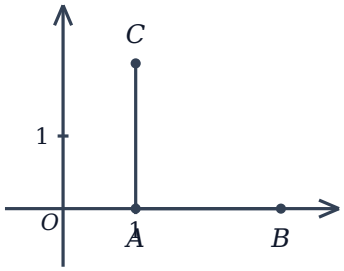
Le triangle ABC

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Angle orienté

Soit A d'affixe 1, B d'affixe 3 et C d'affixe $1 + 2i$.

Calculer une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right)$.



Les points A, B et C

Exercice 7 – Ensemble de points : cercle

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 2 + i| = 3$.

Exercice 8 – Ensemble de points : médiatrice

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 1| = |z + 3i|$.

Exercice 9 – Translation et homothétie

a) Quelle transformation associe à z le complexe $z' = z + 2 - 3i$?
b) Et $z' = 3z$? Préciser le centre et le rapport.
c) Et $z' - 1 = 2(z - 1)$?

Exercice 10 – Rotation

Soit r la rotation de centre Ω d'affixe $1 + i$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Écrire l'expression complexe de r.
b) Déterminer l'image du point A d'affixe $3 + i$.

Exercice 11 – Reconnaître une transformation

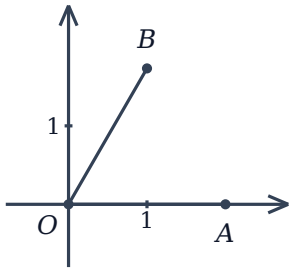
Soit la transformation d'expression $z' = iz + 2$.

a) Montrer qu'elle admet un unique point fixe et déterminer son affixe.
b) En déduire la nature de la transformation.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 12 – Lire un angle et un rapport sur une figure

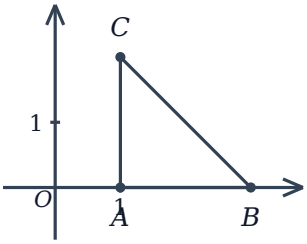
On lit sur la figure les affixes $z_A = 2$ et $z_B = 1 + i\sqrt{3}$. Calculer $\dfrac{z_B}{z_A}$ sous forme exponentielle, puis en déduire l'angle $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$, le rapport $\dfrac{OB}{OA}$ et la nature du triangle OAB.



Les points O, A et B

Exercice 13 – Image d'un triangle par une rotation

Soit r la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$, et le triangle ABC de sommets $A(1)$, $B(3)$ et $C(1 + 2i)$. Déterminer les affixes des images A', B', C', puis vérifier que $A'B' = AB$.

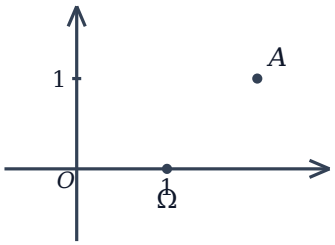


Le triangle ABC

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Une homothétie de rapport négatif

Soit h l'homothétie de centre Ω d'affixe 1 et de rapport -2. Écrire son expression complexe, puis déterminer l'image du point A d'affixe $2 + i$ et vérifier que Ω, A et son image sont alignés.



Le centre Ω et le point A

Exercice 15 – Synthèse : configuration complète

Soit A, B, C d'affixes $z_A = 1 + i$, $z_B = 4 + 2i$ et $z_C = 0 + 4i$.

a) Calculer AB, AC et BC.

b) Calculer $Z = \dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ et en déduire la nature du triangle.

c) Déterminer l'affixe du point D image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).