Plaquette 5 – Synthèse : modéliser, calculer, décider

Matrices : applications — Terminale maths expertes

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les trois modèles du chapitre.

— **Système linéaire** $AX = B$: plusieurs inconnues liées par des contraintes simultanées. Solution unique si $\det A \neq 0$.

— **Suites couplées** $X_{n+1} = AX_n$: une évolution pas à pas. On trouve des combinaisons géométriques pour obtenir les expressions explicites et les limites.

— **Chaîne de Markov** : cas particulier où A est une matrice de **transition** (colonnes de somme 1). L'état stable se calcule en résolvant $PX = X$ avec somme 1.

— **Raccourci pour une transition** 2×2 : si a est le taux de sortie de l'état 1 et b le taux de sortie de l'état 2, l'état stable est

$$\left(\frac{b}{a+b} ; \frac{a}{a+b}\right)$$

— **Conservation** : dans un modèle de répartition, la somme des effectifs est constante — c'est le premier contrôle à faire.

— **Lecture critique** : un résultat négatif, une proportion supérieure à 1 ou une limite infinie dans un modèle borné signalent une erreur de modélisation, pas seulement de calcul.

— **Répondre à la question** : « 0,36 » n'est pas une réponse ; « 36 % des véhicules stationnent à long terme dans l'agence A » en est une.

Correction de l'exercice 1 – Une flotte de véhicules

a) La matrice de transition est $P = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,4 \\ 0,2 & 0,6 \end{pmatrix}$, avec $X_0 = \begin{pmatrix} 300 \\ 300 \end{pmatrix}$.

— $X_1 = \begin{pmatrix} 0,8 \times 300 + 0,4 \times 300 \\ 0,2 \times 300 + 0,6 \times 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 240 + 120 \\ 60 + 180 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 360 \\ 240 \end{pmatrix}$.

— Contrôle : $360 + 240 = 600$ ✓.

b) L'état stable vérifie $PX = X$ avec $x + y = 600$.

— Première ligne : $0,8x + 0,4y = x$, donc $0,4y = 0,2x$ et $x = 2y$.

— $2y + y = 600$ donne $y = 200$ et $x = 400$.

— **Vérification** : $0,8 \times 400 + 0,4 \times 200 = 320 + 80 = 400$ ✓.

Conclusion. À long terme, 400 véhicules stationnent en A et 200 en B.

— **Lecture directe** : le rapport $\frac{x}{y}$ vaut $\frac{0,4}{0,2} = 2$, c'est-à-dire le rapport des taux de retour. L'agence qui « retient » le mieux finit avec le plus gros parc.

— **Conséquence pratique** : l'agence B devra organiser des transferts de véhicules pour ne pas se retrouver à court.

Réponse. a) $(360\,;240)$ · b) 400 véhicules en A, 200 en B.

Correction de l'exercice 2 – Production d'énergie

Mise en équations.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$\begin{cases} x + y + z = 300 \\ 2x + y + 3z = 620 \\ x - y = 40 \end{cases}$$

Résolution.

— $L_2 - L_1$: $x + 2z = 320$.
— $L_1 + L_3$: $2x + z = 340$.
— De la première : $x = 320 - 2z$. On reporte : $2(320 - 2z) + z = 340$, soit $640 - 3z = 340$.
— $3z = 300$, donc $z = 100$, puis $x = 320 - 200 = 120$ et $y = x - 40 = 80$.

Vérification dans les trois contraintes.

— $120 + 80 + 100 = 300$ MWh ✓.
— $240 + 80 + 300 = 620$ MWh ✓ · $120 - 80 = 40$ ✓.
— **Conclusion** : 120 MWh pour la première source, 80 pour la deuxième, 100 pour la troisième.

Réponse. $x = 120$, $y = 80$, $z = 100$ MWh.

Correction de l’exercice 3 – Trafic entre trois villes

a) On somme chaque **colonne** :

— Colonne 1 : $0,7 + 0,2 + 0,1 = 1$ ✓ · Colonne 2 : $0,2 + 0,7 + 0,1 = 1$ ✓ · Colonne 3 : $0,1 + 0,3 + 0,6 = 1$ ✓.
— Tous les coefficients sont compris entre 0 et 1 : c’est bien une matrice de transition.

b) On cherche $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tel que $PX = X$ et $x + y + z = 1$.

— Ligne 1 : $0,7x + 0,2y + 0,1z = x$, soit $0,2y + 0,1z = 0,3x$.
— Ligne 3 : $0,1x + 0,1y + 0,6z = z$, soit $0,1x + 0,1y = 0,4z$, donc $x + y = 4z$.
— Avec $x + y + z = 1$: $4z + z = 1$, donc $z = 0,2$ et $x + y = 0,8$.
— On reporte dans la première relation : $0,2(0,8 - x) + 0,02 = 0,3x$, soit $0,16 - 0,2x + 0,02 = 0,3x$.
— $0,18 = 0,5x$, donc $x = 0,36$ et $y = 0,44$.

$$X = \begin{pmatrix} 0,36 \\ 0,44 \\ 0,20 \end{pmatrix}$$

— **Vérification** sur la ligne 2 : $0,2 \times 0,36 + 0,7 \times 0,44 + 0,3 \times 0,2 = 0,072 + 0,308 + 0,06 = 0,44$ ✓.
— **Conclusion** : à long terme, 36 % des navettes sont dans la ville 1, 44 % dans la ville 2 et 20 % dans la ville 3.

Réponse. b) $(0,36\,;0,44\,;0,20)$.

Correction de l’exercice 4 – Deux entrepôts et un flux

a) $u_{n+1} = 0,9u_n + 0,2v_n$ et $v_{n+1} = 0,1u_n + 0,8v_n$, avec $u_0 = 700$ et $v_0 = 200$.

— Les colonnes ont pour somme 1 : le total de 900 palettes est conservé ✓.
— $u_1 = 0,9 \times 700 + 0,2 \times 200 = 630 + 40 = 670$ et $v_1 = 70 + 160 = 230$.
— Contrôle : $670 + 230 = 900$ ✓.

b) On calcule w_{n+1} :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— $w_{n+1} = (0,9u_n + 0,2v_n) - 2(0,1u_n + 0,8v_n) = 0,9u_n + 0,2v_n - 0,2u_n - 1,6v_n$.
— $= 0,7u_n - 1,4v_n = 0,7(u_n - 2v_n) = 0,7\,w_n$.
— (w_n) est donc géométrique de raison $0,7$, avec $w_0 = 700 - 400 = 300$: $w_n = 300 \times 0,7^n$.

Expression de u_n. Avec $v_n = 900 - u_n$:

— $w_n = u_n - 2(900 - u_n) = 3u_n - 1\,800$, donc $u_n = 600 + 100 \times 0,7^n$.
— **Vérifications** : $u_0 = 600 + 100 = 700$ ✓ ; $u_1 = 600 + 70 = 670$ ✓.
— **Limite** : $0,7^n \to 0$, donc $u_n \to 600$ et $v_n \to 300$ palettes.
— **Lecture logistique** : l'entrepôt A se stabilise à deux tiers du stock, dans le rapport des taux de transfert (20 % contre 10 %).

Réponse. a) $(670\,;230)$ · b) $w_n = 300 \times 0,7^n$ et $u_n = 600 + 100 \times 0,7^n \to 600$.

Correction de l'exercice 5 – Diffusion d'une information

a) L'état « informé » est **absorbant** : on ne le quitte pas.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 \\ 0 & 0,7 \end{pmatrix}$$

— Colonne 1 : $1 + 0 = 1$ ✓ · Colonne 2 : $0,3 + 0,7 = 1$ ✓.

b) La proportion de **non informés** est multipliée par $0,7$ chaque jour : elle vaut $0,7^n$ en partant de 100 %.

— La proportion d'informés est donc $1 - 0,7^n$.

Jour	1	2	5
Informés	$0,3$	$0,51$	$0,833$

— Détail : $1 - 0,7^2 = 1 - 0,49 = 0,51$ et $1 - 0,7^5 \approx 1 - 0,168 = 0,832$, soit environ 83 %.
— **Limite** : $0,7^n \to 0$, donc **tout le monde finit informé**. C'est le comportement typique d'un état absorbant.
— **Application** : pour informer 95 % du groupe, il faut $0,7^n < 0,05$, soit $n > \dfrac{\ln 0,05}{\ln 0,7} \approx 8,4$: neuf jours.

Réponse. a) $P = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 \\ 0 & 0,7 \end{pmatrix}$ · b) 30 %, 51 %, puis environ 83 %.

Correction de l'exercice 6 – Un modèle épidémique simple

a) Colonne « sain » : $0,9$ de rester sain, $0,1$ de tomber malade. Colonne « malade » : $0,05$ de guérir, $0,95$ de rester malade.

$$P = \begin{pmatrix} 0,90 & 0,05 \\ 0,10 & 0,95 \end{pmatrix}$$

b) L'état stable vérifie $0,1x = 0,05y$ avec $x + y = 1$.

— $y = 2x$, donc $3x = 1$ et $x = \dfrac{1}{3}$, $y = \dfrac{2}{3}$.
— **Vérification** : $0,9 \times \dfrac{1}{3} + 0,05 \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{0,9 + 0,1}{3} = \dfrac{1}{3}$ ✓.

Conclusion. À l'équilibre, deux tiers de la population sont malades, un tiers est sain.

— **Le message du modèle** : ce qui compte n'est pas la valeur absolue des taux mais leur **rapport**. Ici le taux de contagion est deux fois le taux de guérison, donc il y a deux fois

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

plus de malades que de sains.

— **Le levier sanitaire** : ramener le taux de contagion à $0,05$ suffirait à équilibrer la population à $50\,/\,50$; doubler la vitesse de guérison ($0,10$) produirait le même effet.

Réponse. a) $P = \begin{pmatrix} 0,90 & 0,05 \\ 0,10 & 0,95 \end{pmatrix}$ · b) $\frac{2}{3}$ de malades.

Correction de l'exercice 7 – Recyclage à trois catégories

a) $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, donc $X_1 = MX_0$ est la **première colonne** de M :

$$X_1 = \begin{pmatrix} 0,76 \\ 0,14 \\ 0,10 \end{pmatrix}$$

— Contrôle : la somme vaut 1 ✓.

b) On calcule MX avec $X = \begin{pmatrix} 0,40 \\ 0,35 \\ 0,25 \end{pmatrix}$:

— Ligne 1 : $0,76 \times 0,40 + 0,16 \times 0,35 + 0,16 \times 0,25 = 0,304 + 0,056 + 0,040 = 0,400$ ✓.

— Ligne 2 : $0,14 \times 0,40 + 0,74 \times 0,35 + 0,14 \times 0,25 = 0,056 + 0,259 + 0,035 = 0,350$ ✓.

— Ligne 3 : $0,10 \times 0,40 + 0,10 \times 0,35 + 0,70 \times 0,25 = 0,040 + 0,035 + 0,175 = 0,250$ ✓.

Conclusion. $MX = X$: le vecteur proposé est bien l'état stable, et sa somme vaut 1 ✓.

— **Pourquoi vérifier est plus rapide que résoudre** : quand l'énoncé propose un candidat, un simple produit suffit. Il faut tout de même contrôler que la somme des coefficients vaut 1, sinon ce n'est pas une répartition.

Réponse. a) $(0,76\,;0,14\,;0,10)$ · b) $MX = X$ et la somme vaut 1.

Correction de l'exercice 8 – Deux ateliers en croissance

a) On utilise la somme et la différence, qui fonctionnent grâce à la symétrie du système.

— $s_n = a_n + b_n$: $s_{n+1} = 1,3a_n + 1,3b_n = 1,3\,s_n$, avec $s_0 = 80$, donc $s_n = 80 \times 1,3^n$.

— $d_n = a_n - b_n$: $d_{n+1} = 1,1a_n - 1,1b_n = 1,1\,d_n$, avec $d_0 = 20$, donc $d_n = 20 \times 1,1^n$.

— On en déduit :

$$a_n = 40 \times 1,3^n + 10 \times 1,1^n \qquad b_n = 40 \times 1,3^n - 10 \times 1,1^n$$

— **Vérification** : $a_0 = 40 + 10 = 50$ ✓, $b_0 = 30$ ✓ ; $a_1 = 52 + 11 = 63$ et le direct donne $60 + 3 = 63$ ✓.

b) La production totale est $s_n = 80 \times 1,3^n$: elle double quand $1,3^n > 2$.

— $1,3^2 = 1,69$; $1,3^3 = 2,197 > 2$.

— Le doublement est donc atteint dès la **troisième** année, bien avant six ans.

— **Contrôle** : $s_3 = 80 \times 2,197 \approx 176$ tonnes, contre 80 au départ ✓.

Réponse. a) $a_n = 40 \times 1,3^n + 10 \times 1,1^n$, $b_n = 40 \times 1,3^n - 10 \times 1,1^n$ · b) oui, dès la 3^{e} année.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 9 – Choisir entre deux fournisseurs

On place les quantités en **colonne** pour former le produit FQ :

$$Q = \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 50 \end{pmatrix}$$

$$FQ = \begin{pmatrix} 12 \times 100 + 8 \times 200 + 15 \times 50 \\ 11 \times 100 + 9 \times 200 + 14 \times 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,200 + 1\,600 + 750 \\ 1\,100 + 1\,800 + 700 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\,550 \\ 3\,600 \end{pmatrix}$$

Conclusion. Le premier fournisseur est le moins cher : 3 550 € contre 3 600 €, soit 50 € d'écart.

— **Ce que le calcul apprend** : le second fournisseur est pourtant moins cher sur deux composants (C_1 et C_3). C'est le poids du composant C_2, commandé en grande quantité, qui inverse le classement.

— **Généralisation utile** : avec d'autres quantités, le classement peut changer. Une commande de 100 unités de chaque donnerait 3 500 € contre 3 400 € — et le second fournisseur l'emporterait.

Réponse. Fournisseur 1 : 3 550 € contre 3 600 €.

Correction de l'exercice 10 – Un paramètre à ajuster

a) L'état stable vérifie $PX = X$ avec $x + y = 1$.

— Première ligne : $(1 - a)x + 0,2y = x$, soit $0,2y = ax$.

— Donc $y = \dfrac{ax}{0,2} = 5ax$, et $x + 5ax = 1$ donne

$$x = \frac{1}{1 + 5a} \qquad y = \frac{5a}{1 + 5a}$$

— **Contrôle** : la somme vaut bien 1, et pour $a = 0,2$ on retrouve $x = 0,5$.

b) On résout $\dfrac{1}{1 + 5a} = 0,5$:

— $1 + 5a = 2$, donc $a = 0,2$.

— **Vérification** : avec $a = 0,2$, $P = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$, matrice **symétrique** dont l'état stable est évidemment l'équirépartition ✓.

— **Interprétation** : l'équilibre est atteint à 50 / 50 exactement quand les deux taux de sortie sont égaux — ce qu'on pouvait prévoir sans calcul.

Réponse. a) $\left(\dfrac{1}{1 + 5a} ; \dfrac{5a}{1 + 5a}\right)$ · b) $a = 0,2$.

Correction de l'exercice 11 – Trois fermes et un assolement

Étape 1 : les surfaces. On note x, y, z en hectares.

$$\begin{cases} x + y + z = 240 \\ x = 2y \\ z = y + 30 \end{cases}$$

— Substitution : $2y + y + (y + 30) = 240$, donc $4y = 210$ et $y = 52,5$.

— $x = 105$ et $z = 82,5$.

— **Vérification** : $105 + 52,5 + 82,5 = 240$ ha ✓.

Étape 2 : la recette, par un produit matriciel.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$\begin{pmatrix}800 & 1\,100 & 950\end{pmatrix}\begin{pmatrix}105\\52,5\\82,5\end{pmatrix} = 84\,000 + 57\,750 + 78\,375 = 220\,125$$

— **Conclusion** : les surfaces sont 105 ha, 52,5 ha et 82,5 ha, pour une recette totale de 220 125 €.
— **Contrôle d'ordre de grandeur** : 240 ha à environ 900 € l'hectare donneraient 216 000 € — le résultat est cohérent ✓.

Réponse. 105 ha, 52,5 ha, 82,5 ha ; recette 220 125 €.

Correction de l'exercice 12 – Quand le modèle n'a pas d'équilibre

Un état stable non nul $X = \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ vérifierait $AX = X$, c'est-à-dire

$$\begin{cases}1,1x + 0,2y = x\\0,3x + 1,05y = y\end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases}0,1x + 0,2y = 0\\0,3x + 0,05y = 0\end{cases}$$

— De la première : $x = -2y$. On reporte dans la seconde : $-0,6y + 0,05y = -0,55y = 0$, donc $y = 0$, puis $x = 0$.
— Le seul état stable est donc le vecteur **nul** : il n'y a pas d'équilibre non trivial.

Pourquoi, sans calcul.

— Les colonnes de A ont pour sommes $1,4$ et $1,25$: elles dépassent 1, donc l'effectif total **augmente** à chaque étape.
— Ce n'est pas une matrice de transition, mais un modèle de **croissance** : les deux populations tendent vers $+\infty$.
— **Contrôle numérique** : en partant de $\begin{pmatrix}100\\100\end{pmatrix}$, on obtient $\begin{pmatrix}130\\135\end{pmatrix}$ puis $\begin{pmatrix}170\\180,75\end{pmatrix}$ — la croissance est bien installée ✓.
— **Ce qu'il faut chercher dans ce cas** : non pas un état stable, mais le **taux de croissance asymptotique** et la répartition limite entre les deux groupes, qui elle se stabilise.

Réponse. Le seul état stable est nul : les colonnes ont une somme > 1, le modèle est en croissance.

Correction de l'exercice 13 – Retour sur investissement

a) Les deux valeurs évoluent **indépendamment** : la matrice est diagonale.

$$X_{n+1} = \begin{pmatrix}0,8 & 0\\0 & 0,9\end{pmatrix}X_n \qquad \text{donc} \qquad X_n = \begin{pmatrix}50\,000 \times 0,8^{\,n}\\30\,000 \times 0,9^{\,n}\end{pmatrix}$$

— La puissance d'une matrice diagonale se lit coefficient par coefficient ✓.

b) On cherche le plus petit n tel que $V_n = 50\,000 \times 0,8^{\,n} + 30\,000 \times 0,9^{\,n} < 40\,000$.

n	1	2	3	4
$50\,000 \times 0,8^{\,n}$	40 000	32 000	25 600	20 480
$30\,000 \times 0,9^{\,n}$	27 000	24 300	21 870	19 683
Total	67 000	56 300	47 470	40 163

— Pour $n = 5$: $16\,384 + 17\,714,7 \approx 34\,099$ € $< 40\,000$ €.
— **Conclusion** : c'est au bout de **cinq ans** que la valeur totale passe sous 40 000 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— **Remarque** : à long terme, le second équipement représente l'essentiel de la valeur résiduelle, car il se déprécie moins vite ($0,9^n$ décroît plus lentement que $0,8^n$).

Réponse. a) $X_n = \left(50\,000 \times 0,8^n ; 30\,000 \times 0,9^n\right)$ · b) au bout de 5 ans.

Correction de l'exercice 14 – Un aller-retour entre deux modèles

On part de la première description et l'on pose $p_n = u_n$, avec $v_n = 1 - u_n$.

— $u_{n+1} = 0,7u_n + 0,2(1 - u_n) = 0,7u_n + 0,2 - 0,2u_n = 0,5u_n + 0,2$.
— C'est exactement la relation **(ii)** : les deux descriptions sont équivalentes ✓.

Ce que chacune apporte.

— La forme matricielle **(i)** se généralise à trois états ou plus, et donne directement $X_n = A^n X_0$.
— La forme **(ii)** est une suite arithmético-géométrique, dont on tire immédiatement l'expression explicite : le point fixe est $\ell = 0,4$ (car $0,5\ell = 0,2$), donc

$$p_n = 0,4 + (p_0 - 0,4) \times 0,5^n$$

— **Vérification** avec $p_0 = 1$: $p_1 = 0,4 + 0,6 \times 0,5 = 0,7$, et le calcul direct donne $0,5 + 0,2 = 0,7$ ✓.
— **Limite** : $p_n \to 0,4$, ce que confirme l'état stable de $\begin{pmatrix} 0,7 & 0,2 \\ 0,3 & 0,8 \end{pmatrix}$: $\dfrac{0,2}{0,3 + 0,2} = 0,4$ ✓.

Réponse. En remplaçant v_n par $1 - u_n$, on obtient $u_{n+1} = 0,5u_n + 0,2$; la limite est $0,4$.

Correction de l'exercice 15 – Bilan : le parc de vélos

a) $P = \begin{pmatrix} 0,70 & 0,45 \\ 0,30 & 0,55 \end{pmatrix}$ et $X_0 = \begin{pmatrix} 2\,000 \\ 1\,000 \end{pmatrix}$.

— $X_1 = \begin{pmatrix} 0,7 \times 2\,000 + 0,45 \times 1\,000 \\ 0,3 \times 2\,000 + 0,55 \times 1\,000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,400 + 450 \\ 600 + 550 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,850 \\ 1\,150 \end{pmatrix}$.
— Contrôle : $1\,850 + 1\,150 = 3\,000$ ✓.

b) L'état stable vérifie $0,3x = 0,45y$ avec $x + y = 3\,000$.

— $x = 1,5y$, donc $2,5y = 3\,000$ et $y = 1\,200$, $x = 1\,800$.
— **Vérification** : $0,7 \times 1\,800 + 0,45 \times 1\,200 = 1\,260 + 540 = 1\,800$ ✓.

c) Avec $p_n = 3\,000 - c_n$:

— $c_{n+1} = 0,7c_n + 0,45(3\,000 - c_n) = 0,7c_n + 1\,350 - 0,45c_n = 0,25c_n + 1\,350$ ✓.
— Point fixe : $\ell = 0,25\ell + 1\,350$ donne $0,75\ell = 1\,350$, soit $\ell = 1\,800$ ✓ (cohérent avec b).
— $c_n - 1\,800$ est géométrique de raison $0,25$, avec $c_0 - 1\,800 = 200$:

$$c_n = 1\,800 + 200 \times 0,25^n$$

— **Vérification** : $c_1 = 1\,800 + 50 = 1\,850$ ✓.
— **Limite** : $c_n \to 1\,800$ vélos au centre — et la convergence est très rapide, l'écart étant divisé par quatre chaque jour.

Réponse. a) $(1\,850\,;1\,150)$ · b) 1 800 au centre, 1 200 en périphérie · c) $c_n = 1\,800 + 200 \times 0,25^n$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).