

Plaque 4 - Le plan complexe : affixes, distances et configurations

Nombres complexes (forme algébrique) — Terminale maths expertes Corrections détaillées

Boîte à outils

Affixe d'un point, affixe d'un vecteur. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. Le point $M(x; y)$ a pour affixe $z_M = x + iy$; réciproquement, $z = x + iy$ est l'affixe du point de coordonnées $(x; y)$.

$$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A \quad z_{\vec{u} + \vec{v}} = z_{\vec{u}} + z_{\vec{v}} \quad z_{k\vec{u}} = k z_{\vec{u}} \quad (k \text{ réel})$$

Distance. Le module mesure une longueur :

$$AB = |z_B - z_A| \quad OM = |z_M|$$

Milieu et symétrique. Si I est le milieu de $[AB]$ et A' le symétrique de A par rapport à B :

$$z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \quad z_{A'} = 2z_B - z_A$$

Configurations usuelles.

- $ABCD$ est un **parallélogramme** si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, c'est-à-dire $z_B - z_A = z_C - z_D$.
- A, B, C sont **alignés** si et seulement si $z_C - z_A = k(z_B - z_A)$ pour un **réel** k ; autrement dit, si le quotient $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ est réel.
- Un triangle est **rectangle en B** si $AB^2 + BC^2 = AC^2$ (réciproque de Pythagore), **isocèle en B** si $AB = BC$.

Symétries lues sur l'affixe. Si M a pour affixe z :

transformation	affixe de l'image
symétrie d'axe $(O; \vec{u})$	$\bar{z}$
symétrie d'axe $(O; \vec{v})$	$-\bar{z}$
symétrie de centre O	$-z$
translation de vecteur $\vec{w}$	$z + z_{\vec{w}}$

Deux ensembles de points à reconnaître d'un coup d'œil.

$$|z - z_{\Omega}| = r \iff M \in \text{cercle de centre } \Omega \text{ et de rayon } r$$

$$|z - z_A| = |z - z_B| \iff M \in \text{médiatrice de } [AB]$$

Correction de l'exercice 1 - Des affixes aux coordonnées, et retour

- **Règle de lecture** : l'affixe $x + iy$ correspond au point de coordonnées $(x; y)$ ✓
- **a) Point A** : $3 - 2i = 3 + (-2)i$, donc $A(3; -2)$ ✓
- **Point B** : $-1 + 4i$, donc $B(-1; 4)$ ✓
- **Point C** : $-5i = 0 + (-5)i$, donc $C(0; -5)$ ✓
- **Point D** : $2 = 2 + 0i$, donc $D(2; 0)$ ✓
- **b) Point E** : abscisse 0, ordonnée -3 , donc $z_E = -3i$ ✓

- **Point F** : $z_F = -4 + i$ ✓
- **Attention** : l'ordonnée 1 donne $+i$, et non $+1$ ✓
- **Point G** : $z_G = 6$ ✓
- **c) Axe des réels** : ce sont les points d'ordonnée nulle, donc d'affixe **réelle** ✓
- **Réponse** : D (affixe 2) et G (affixe 6) ✓
- **Axe des imaginaires purs** : ce sont les points d'abscisse nulle, d'affixe imaginaire pure ✓
- **Réponse** : C (affixe $-5i$) et E (affixe $-3i$) ✓
- **Cas de l'origine** : O a pour affixe 0, qui est à la fois réel et imaginaire pur ✓
- **Vocabulaire** : l'axe des réels est l'axe des abscisses, l'axe des imaginaires purs celui des ordonnées ✓

Réponse. a) $A(3; -2)$, $B(-1; 4)$, $C(0; -5)$, $D(2; 0)$ · b) $z_E = -3i$, $z_F = -4 + i$, $z_G = 6$ · c) axe des réels : D et G ; axe des imaginaires purs : C et E .

Correction de l'exercice 2 - Affixe d'un vecteur

- **Formule du cours** :

$$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$$

- **Sens de la soustraction** : arrivée moins départ ✓
- **Vecteur $\overrightarrow{AB}$** : $(-1 + 4i) - (3 - 2i)$ ✓
- **Attention aux signes** : on soustrait aussi $-2i$, ce qui ajoute $+2i$ ✓
- **Calcul** : $-1 - 3 + (4 + 2)i$ ✓
- **Résultat** :

$$z_{\overrightarrow{AB}} = -4 + 6i$$

- **Vecteur $\overrightarrow{BA}$** : c'est l'opposé du précédent ✓
- **Résultat** :

$$z_{\overrightarrow{BA}} = 4 - 6i$$

- **Vecteur $\overrightarrow{AC}$** : $(-5i) - (3 - 2i)$ ✓
- **Calcul** : $-3 + (-5 + 2)i$ ✓
- **Résultat** :

$$z_{\overrightarrow{AC}} = -3 - 3i$$

- **Somme de deux vecteurs** : les affixes s'additionnent ✓
- **Calcul** : $(-4 + 6i) + (-3 - 3i) = -7 + 3i$ ✓
- **Résultat** :

$$z_{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}} = -7 + 3i$$

- **Contrôle par les coordonnées** : $A(3; -2)$ et $B(-1; 4)$ donnent $\overrightarrow{AB}(-4; 6)$ ✓
- **Cohérence** : c'est bien la lecture de $-4 + 6i$ ✓
- **Piège** : $z_{\overrightarrow{AB}}$ n'est pas $z_A - z_B$ — l'erreur donne le vecteur opposé ✓

Réponse. $z_{\overrightarrow{AB}} = -4 + 6i$, $z_{\overrightarrow{BA}} = 4 - 6i$, $z_{\overrightarrow{AC}} = -3 - 3i$ et $z_{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}} = -7 + 3i$.

Correction de l'exercice 3 - Distances

- **Formule du cours** :

$$AB = |z_B - z_A|$$

- **Longueur AB** : on a déjà $z_B - z_A = -4 + 6i$ ✓

- **Module** : $\sqrt{(-4)^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} \checkmark$
- **Calcul** : $\sqrt{52} \checkmark$
- **Simplification** : $52 = 4 \times 13$, donc $\sqrt{52} = 2\sqrt{13} \checkmark$
- **Résultat** :

$$AB = 2\sqrt{13} \approx 7,211$$

- **Longueur AC** : $z_C - z_A = -3 - 3i \checkmark$
- **Module** : $\sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} \checkmark$
- **Simplification** : $\sqrt{18} = 3\sqrt{2} \checkmark$
- **Résultat** :

$$AC = 3\sqrt{2} \approx 4,243$$

- **Longueur BC** : $z_C - z_B = (-5i) - (-1 + 4i) \checkmark$
- **Calcul** : $1 - 9i \checkmark$
- **Module** : $\sqrt{1 + 81} = \sqrt{82} \checkmark$
- **Résultat** :

$$BC = \sqrt{82} \approx 9,055$$

- **Contrôle par l'inégalité triangulaire** : on doit avoir $BC \leq BA + AC \checkmark$
- **Vérification** : $9,055 \leq 7,211 + 4,243 = 11,454 \checkmark$
- **Conséquence** : le triangle ABC existe bien, il n'est pas aplati $\checkmark$
- **Piège** : une longueur est **toujours positive**, un module ne peut pas être négatif $\checkmark$

Réponse. $AB = 2\sqrt{13} \approx 7,211$, $AC = 3\sqrt{2} \approx 4,243$ et $BC = \sqrt{82} \approx 9,055$.

Correction de l'exercice 4 - Milieu d'un segment

- **Formule du cours** :

$$z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$$

- **Somme** : $(3 - 2i) + (-1 + 4i) = 2 + 2i \checkmark$
- **Division par 2** : on divise **chaque** partie $\checkmark$
- **Résultat** :

$$z_I = 1 + i$$

- **Coordonnées** : $I(1 ; 1) \checkmark$
- **Vérification, première distance** : $z_A - z_I = (3 - 2i) - (1 + i) = 2 - 3i \checkmark$
- **Module** : $IA = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \checkmark$
- **Seconde distance** : $z_B - z_I = (-1 + 4i) - (1 + i) = -2 + 3i \checkmark$
- **Module** : $IB = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \checkmark$
- **Conclusion** : $IA = IB = \sqrt{13} \approx 3,606$, I est bien équidistant de A et $B \checkmark$
- **Contrôle supplémentaire** : $AB = 2\sqrt{13}$, calculé à l'exercice 3 $\checkmark$
- **Cohérence** : $IA = IB = \frac{AB}{2}$, ce qui caractérise le milieu $\checkmark$
- **Observation** : $z_A - z_I$ et $z_B - z_I$ sont **opposés**, ce qui traduit $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB} \checkmark$
- **C'est la définition vectorielle du milieu** $\checkmark$
- **Piège** : $\frac{z_A + z_B}{2}$ et non $\frac{z_B - z_A}{2}$, qui donnerait un vecteur $\checkmark$

Réponse. $z_I = 1 + i$, et $IA = IB = \sqrt{13}$.

Correction de l'exercice 5 - Compléter un parallélogramme

- **Caractérisation du cours** : $ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ✓
- **Attention à l'ordre des lettres** : dans $ABCD$, le côté $[AB]$ est parallèle au côté $[DC]$ ✓
- **Traduction sur les affixes** :

$$z_B - z_A = z_C - z_D$$

- **On isole z_D** : $z_D = z_C - z_B + z_A$ ✓
- **Calcul, premier morceau** : $z_C - z_B = (-5i) - (-1 + 4i) = 1 - 9i$ ✓
- **Second morceau** : $1 - 9i + 3 - 2i$ ✓
- **Résultat** :

$$z_D = 4 - 11i$$

- **Vérification** : $z_C - z_D = (-5i) - (4 - 11i) = -4 + 6i$ ✓
- **Comparaison** : $z_B - z_A = -4 + 6i$ ✓
- **Cohérence** : les deux vecteurs ont la même affixe, ils sont égaux ✓
- **Second contrôle, par les diagonales** : dans un parallélogramme, $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu ✓
- **Milieu de $[AC]$** : $\frac{(3 - 2i) + (-5i)}{2} = \frac{3 - 7i}{2}$ ✓
- **Milieu de $[BD]$** : $\frac{(-1 + 4i) + (4 - 11i)}{2} = \frac{3 - 7i}{2}$ ✓
- **Cohérence** : les deux milieux coïncident ✓
- **Piège** : chercher D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ donnerait $ABDC$, pas $ABCD$ ✓

Réponse. $z_D = 4 - 11i$.

Correction de l'exercice 6 - Tester un alignement

- **Critère du cours** : A, B, C sont alignés si et seulement si $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ est un nombre **réel** ✓
- **Numérateur** : $z_C - z_A = -3 - 3i$ ✓
- **Dénominateur** : $z_B - z_A = -4 + 6i$ ✓
- **Quotient** : $\frac{-3 - 3i}{-4 + 6i}$ ✓
- **On multiplie par le conjugué** $-4 - 6i$ ✓
- **Dénominateur** : $16 + 36 = 52$ ✓
- **Numérateur** : $(-3 - 3i)(-4 - 6i) = 12 + 18i + 12i + 18i^2$ ✓
- **Simplification** : $12 - 18 + 30i = -6 + 30i$ ✓
- **Quotient** :

$$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{-6 + 30i}{52} = -\frac{3}{26} + \frac{15}{26}i$$

- **Partie imaginaire** : $\frac{15}{26} \neq 0$ ✓
- **Conclusion** : le quotient n'est pas réel, donc les trois points **ne sont pas alignés** ✓
- **Méthode équivalente** : comparer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}(-4; 6)$ et $\overrightarrow{AC}(-3; -3)$ ✓
- **Déterminant** : $(-4) \times (-3) - 6 \times (-3) = 12 + 18 = 30$ ✓
- **Cohérence** : le déterminant est non nul, les vecteurs ne sont pas colinéaires ✓

- **Lien entre les deux** : le déterminant est exactement le numérateur de la partie imaginaire ✓
- **À retenir** : « quotient réel » et « déterminant nul » sont deux façons de dire la même chose ✓

Réponse. Non : $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = -\frac{3}{26} + \frac{15}{26}i$ n'est pas réel, les points ne sont pas alignés.

Correction de l'exercice 7 - Symétrique d'un point par rapport à un autre

- **Définition** : A' est le symétrique de A par rapport à B lorsque B est le **milieu** de $[AA']$ ✓
- **Relation du milieu** :

$$z_B = \frac{z_A + z_{A'}}{2}$$

- **On isole** : $z_{A'} = 2z_B - z_A$ ✓
- **Calcul de $2z_B$** : $2(-1 + 4i) = -2 + 8i$ ✓
- **Soustraction** : $(-2 + 8i) - (3 - 2i)$ ✓
- **Attention aux signes** : $-(-2i) = +2i$ ✓
- **Résultat** :

$$z_{A'} = -5 + 10i$$

- **Vérification par le milieu** : $\frac{(3 - 2i) + (-5 + 10i)}{2} = \frac{-2 + 8i}{2} = -1 + 4i$ ✓
- **Cohérence** : on retrouve z_B ✓
- **Vérification par les distances** : $z_{A'} - z_B = -4 + 6i$ ✓
- **Module** : $BA' = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ ✓
- **Autre distance** : $z_A - z_B = 4 - 6i$, donc $BA = 2\sqrt{13}$ ✓
- **Cohérence** : $BA = BA'$, et les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BA'}$ sont opposés ✓
- **Piège** : $z_{A'} = 2z_B - z_A$, et non $z_B - 2z_A$ ni $2(z_B - z_A)$ ✓
- **Moyen de contrôle** : la formule doit redonner z_A si $B = A$ ✓

Réponse. $z_{A'} = -5 + 10i$.

Correction de l'exercice 8 - Les symétries lues sur l'axe

- **Point de départ** : $M(4; -3)$ ✓
- **Symétrie d'axe des réels** : elle change y en $-y$, donc z en $\bar{z}$ ✓
- **Affixe de l'image** :

$$\bar{z} = 4 + 3i$$

- **Coordonnées** : $(4; 3)$ ✓
- **Symétrie d'axe des imaginaires purs** : elle change x en $-x$ ✓
- **Affixe de l'image** : $-4 - 3i$, c'est-à-dire $-\bar{z}$ ✓
- **Coordonnées** : $(-4; -3)$ ✓
- **Symétrie de centre O** : elle change x en $-x$ et y en $-y$ ✓
- **Affixe de l'image** :

$$-z = -4 + 3i$$

- **Coordonnées** : $(-4; 3)$ ✓
- **Translation** : l'affixe de l'image est $z + z_{\overline{w}}$ ✓
- **Calcul** : $(4 - 3i) + (-2 + 5i)$ ✓
- **Résultat** :

$$z' = 2 + 2i$$

- **Coordonnées** : $(2; 2)$ ✓
- **Contrôle des trois symétries** : les quatre points $M, \bar{z}, -\bar{z}, -z$ ont **tous** le même module ✓
- **Vérification** : $\sqrt{16 + 9} = 5$ dans les quatre cas ✓
- **Interprétation** : ces trois symétries conservent la distance à l'origine, la translation non ✓
- **Contrôle de la translation** : $|z'| = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2} \approx 2,828$, différent de 5 ✓

Réponse. Symétrie d'axe des réels : $4 + 3i$ · axe des imaginaires purs : $-4 - 3i$ · centre O : $-4 + 3i$ · translation : $2 + 2i$.

Correction de l'exercice 9 - Un cercle

- **Forme reconnue** : $|z - z_\Omega| = r$ ✓
- **Traduction géométrique** : $|z - z_\Omega| = \Omega M$, la condition s'écrit $\Omega M = r$ ✓
- **Identification du centre** : $z_\Omega = 2 + i$, donc $\Omega(2; 1)$ ✓
- **Identification du rayon** : $r = 3$ ✓
- **Conclusion** :

$$E \text{ est le cercle de centre } \Omega(2; 1) \text{ et de rayon } 3$$
- **Test du point D** : son affixe est 2 ✓
- **Calcul** : $z_D - z_\Omega = 2 - (2 + i) = -i$ ✓
- **Module** : $|-i| = 1$ ✓
- **Comparaison** : $1 \neq 3$ ✓
- **Conclusion** : D n'appartient pas à E , il est **à l'intérieur** du cercle ✓
- **Justification** : $\Omega D = 1 < 3 = r$ ✓
- **Un point de E , pour fixer les idées** : Ω décalé de 3 vers la droite ✓
- **Affixe** : $2 + i + 3 = 5 + i$ ✓
- **Vérification** : $|5 + i - (2 + i)| = |3| = 3$ ✓
- **Piège** : $|z + 2 + i| = 3$ n'est pas le même cercle — le centre serait $-2 - i$ ✓
- **Règle** : le centre est l'affixe **soustraite**, il faut écrire la condition sous la forme $|z - z_\Omega|$ ✓

Réponse. E est le cercle de centre $\Omega(2; 1)$ et de rayon 3 ; D n'y appartient pas (il est à l'intérieur, car $\Omega D = 1$).

Correction de l'exercice 10 - Une médiatrice

- **Mise sous la bonne forme** : $|z + 3i| = |z - (-3i)|$ ✓
- **Points repères** : A d'affixe 1, soit $A(1; 0)$, et B d'affixe $-3i$, soit $B(0; -3)$ ✓
- **Traduction** : la condition s'écrit $AM = BM$ ✓
- **Conclusion géométrique** :

$$F \text{ est la médiatrice du segment } [AB]$$
- **Équation cartésienne** : on pose $z = x + iy$ avec x et y réels ✓
- **Membre de gauche** : $|x - 1 + iy| = \sqrt{(x - 1)^2 + y^2}$ ✓
- **Membre de droite** : $|x + i(y + 3)| = \sqrt{x^2 + (y + 3)^2}$ ✓
- **On élève au carré** : licite, les deux membres sont positifs ✓
- **Équation** : $(x - 1)^2 + y^2 = x^2 + (y + 3)^2$ ✓

- **Développement** : $x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + y^2 + 6y + 9$ ✓
- **Simplification** : $-2x + 1 = 6y + 9$ ✓
- **Équation réduite** :

$$x + 3y + 4 = 0$$

- **Contrôle par le milieu** : le milieu de $[AB]$ a pour affixe $\frac{1-3i}{2}$, soit $(0,5; -1,5)$ ✓
- **Test** : $0,5 + 3 \times (-1,5) + 4 = 0,5 - 4,5 + 4 = 0$ ✓
- **Cohérence** : le milieu appartient bien à la médiatrice ✓
- **Contrôle de la perpendicularité** : $\overline{AB}$ a pour coordonnées $(-1; -3)$ ✓
- **Vecteur normal de la droite** : $(1; 3)$, colinéaire à $\overline{AB}$ ✓
- **Cohérence** : la droite est bien perpendiculaire à (AB) ✓

Réponse. F est la médiatrice de $[AB]$ avec $A(1; 0)$ et $B(0; -3)$, d'équation $x + 3y + 4 = 0$.

Correction de l'exercice 11 - Une droite verticale déguisée

- **Lecture** : $|z| = |z - 0|$, c'est la distance à l'origine ✓
- **Points repères** : O d'affixe 0 et A d'affixe 4, soit $A(4; 0)$ ✓
- **Traduction** : $OM = AM$ ✓
- **Conclusion géométrique** : G est la médiatrice de $[OA]$ ✓
- **Position de ce segment** : $[OA]$ est horizontal, porté par l'axe des réels ✓
- **Conséquence** : sa médiatrice est **verticale** ✓
- **Calcul, pour confirmer** : on pose $z = x + iy$ ✓
- **Équation** : $x^2 + y^2 = (x - 4)^2 + y^2$ ✓
- **Développement** : $x^2 = x^2 - 8x + 16$ ✓
- **Simplification** : $8x = 16$ ✓
- **Résultat** :

$$x = 2$$

- **Conclusion** :

G est la droite d'équation $x = 2$

- **Interprétation** : c'est l'ensemble des complexes dont la **partie réelle** vaut 2 ✓
- **Écriture équivalente** : $\operatorname{Re}(z) = 2$ ✓
- **Contrôle avec un point** : pour $z = 2 + 5i$, $|z| = \sqrt{29}$ ✓
- **Autre membre** : $|2 + 5i - 4| = |-2 + 5i| = \sqrt{29}$ ✓
- **Cohérence** : l'égalité est vérifiée ✓
- **Observation** : y disparaît de l'équation, ce qui est la signature d'une droite verticale ✓

Réponse. G est la droite d'équation $x = 2$, c'est-à-dire l'ensemble des points d'affixe z telle que $\operatorname{Re}(z) = 2$.

Correction de l'exercice 12 - Nature d'un triangle

- **Méthode** : calculer les trois longueurs, puis comparer ✓
- **Premier côté** : $z_B - z_A = (4 + 3i) - (1 + 2i) = 3 + i$ ✓
- **Longueur** : $AB = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$ ✓
- **Deuxième côté** : $z_C - z_A = (3 + 6i) - (1 + 2i) = 2 + 4i$ ✓
- **Longueur** : $AC = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ✓
- **Troisième côté** : $z_C - z_B = (3 + 6i) - (4 + 3i) = -1 + 3i$ ✓

- **Longueur** : $BC = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ ✓
- **Première observation** : $AB = BC = \sqrt{10}$ ✓
- **Conclusion partielle** : le triangle est **isocèle en B** ✓
- **Test de Pythagore** : le plus grand côté est AC , on teste l'angle en B ✓
- **Somme des carrés** : $AB^2 + BC^2 = 10 + 10 = 20$ ✓
- **Carré du grand côté** : $AC^2 = 20$ ✓
- **Égalité** : la réciproque de Pythagore s'applique ✓
- **Conclusion** :

ABC est un triangle rectangle isocèle en B

- **Contrôle par les vecteurs** : $\overrightarrow{BA}(-3; -1)$ et $\overrightarrow{BC}(-1; 3)$ ✓
- **Produit scalaire** : $(-3) \times (-1) + (-1) \times 3 = 3 - 3 = 0$ ✓
- **Cohérence** : les côtés issus de B sont bien perpendiculaires ✓
- **Aire du triangle** : $\frac{AB \times BC}{2} = \frac{10}{2} = 5$ unités d'aire ✓

Réponse. $AB = BC = \sqrt{10}$ et $AC = 2\sqrt{5}$ avec $AB^2 + BC^2 = AC^2$: ABC est rectangle isocèle en B (aire 5).

Correction de l'exercice 13 - Cercle circonscrit

- **Propriété utilisée** : dans un triangle **rectangle**, le centre du cercle circonscrit est le **milieu de l'hypoténuse** ✓
- **Identification de l'hypoténuse** : l'angle droit est en B , l'hypoténuse est donc $[AC]$ ✓
- **Affixe du milieu** :

$$z_{\Omega} = \frac{z_A + z_C}{2}$$

- **Somme** : $(1 + 2i) + (3 + 6i) = 4 + 8i$ ✓
- **Division** : $\frac{4 + 8i}{2}$ ✓
- **Résultat** :

$$z_{\Omega} = 2 + 4i$$

- **Coordonnées** : $\Omega(2; 4)$ ✓
- **Rayon** : c'est la moitié de l'hypoténuse ✓
- **Calcul** : $R = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2}$ ✓
- **Résultat** :

$$R = \sqrt{5} \approx 2,236$$

- **Vérification sur B** : $z_B - z_{\Omega} = (4 + 3i) - (2 + 4i) = 2 - i$ ✓
- **Module** : $\sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ ✓
- **Cohérence** : B est bien sur le cercle, à la distance R de Ω ✓
- **Vérification sur A** : $z_A - z_{\Omega} = -1 - 2i$, de module $\sqrt{5}$ ✓
- **Vérification sur C** : $z_C - z_{\Omega} = 1 + 2i$, de module $\sqrt{5}$ ✓
- **Équation demandée** :

$$|z - (2 + 4i)| = \sqrt{5}$$

- **Remarque** : A et C ont des affixes **symétriques par rapport à Ω** , ce qui confirme qu'ils sont diamétralement opposés ✓

Réponse. $z_{\Omega} = 2 + 4i$ et $R = \sqrt{5}$; le cercle circonscrit est l'ensemble des points d'affixe z

telle que $|z - (2 + 4i)| = \sqrt{5}$.

Correction de l'exercice 14 - Une condition sur un paramètre

- **Lecture des coordonnées** : $M_t(t + 1 ; 2t - 4)$ ✓
- **a) Condition** : l'ordonnée est nulle ✓
- **Équation** : $2t - 4 = 0$ ✓
- **Solution** : $t = 2$ ✓
- **Point obtenu** : $z_2 = 3 + 0i = 3$ ✓
- **b) Condition** : ordonnée égale à l'abscisse ✓
- **Équation** : $2t - 4 = t + 1$ ✓
- **Résolution** : $t = 5$ ✓
- **Point obtenu** : $z_5 = 6 + 6i$ ✓
- **Vérification** : $6 = 6$, le point est bien sur la droite $y = x$ ✓
- **c) Méthode** : on élimine t entre $x = t + 1$ et $y = 2t - 4$ ✓
- **De la première** : $t = x - 1$ ✓
- **On remplace dans la seconde** : $y = 2(x - 1) - 4$ ✓
- **Développement** : $y = 2x - 2 - 4$ ✓
- **Équation de la droite** :

$$y = 2x - 6$$

- **Conclusion** : tous les points M_t appartiennent à cette droite, ils sont donc alignés ✓
 - **Contrôle avec $t = 2$** : $2 \times 3 - 6 = 0$, et l'ordonnée valait bien 0 ✓
 - **Contrôle avec $t = 5$** : $2 \times 6 - 6 = 6$, et l'ordonnée valait bien 6 ✓
 - **Contrôle avec $t = 0$** : $M_0(1 ; -4)$, et $2 \times 1 - 6 = -4$ ✓
 - **Interprétation** : quand t décrit $\mathbb{R}$, M_t parcourt la droite **entière** ✓
 - **Justification** : $x = t + 1$ prend toutes les valeurs réelles ✓
- Réponse.** a) $t = 2$ · b) $t = 5$ · c) tous les points M_t sont sur la droite d'équation $y = 2x - 6$.

Correction de l'exercice 15 - Trajet d'un drone

- **a) Principe** : deux déplacements successifs s'ajoutent, donc leurs affixes s'additionnent ✓
- **Relation** : $z_B = z_A + z_{\vec{u}} + z_{\vec{v}}$ ✓
- **Partie réelle** : $2 + 4 - 1 = 5$ ✓
- **Partie imaginaire** : $3 - 1 + 5 = 7$ ✓
- **Affixe d'arrivée** :

$$z_B = 5 + 7i$$

- **Position** : le drone est à 5 km à l'est et 7 km au nord de la base ✓
- **Distance à la base** : $OB = |z_B| = \sqrt{25 + 49}$ ✓
- **Calcul** : $\sqrt{74}$ ✓
- **Résultat** :

$$OB = \sqrt{74} \approx 8,602 \text{ km}$$

- **b) Premier vol** : $|\vec{u}| = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17} \approx 4,123 \text{ km}$ ✓
- **Second vol** : $|\vec{v}| = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26} \approx 5,099 \text{ km}$ ✓
- **Distance parcourue** : $\sqrt{17} + \sqrt{26}$ ✓
- **Résultat** :

$$d \approx 9,222 \text{ km}$$

- **Distance AB** : $z_B - z_A = 3 + 4i$ ✓
- **Module** : $\sqrt{9 + 16} = 5$ km exactement ✓
- **Comparaison** : $9,222 > 5$, le drone a parcouru bien plus que la distance à vol d'oiseau ✓
- **Justification théorique** : c'est l'inégalité triangulaire $|\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$ ✓
- **Cas d'égalité** : il faudrait que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient de même sens, ce qui n'est pas le cas ✓
- **c) Autonomie déjà consommée** : 9,222 km ✓
- **Autonomie restante** : $12 - 9,222 = 2,778$ km ✓
- **Retour nécessaire** : $OB \approx 8,602$ km ✓
- **Comparaison** : $8,602 > 2,778$ ✓
- **Conclusion** : non, le drone ne peut pas rentrer, il lui manque environ 5,8 km d'autonomie ✓

Réponse. a) $z_B = 5 + 7i$ et $OB = \sqrt{74} \approx 8,602$ km · b) $\sqrt{17} + \sqrt{26} \approx 9,222$ km parcourus, contre $AB = 5$ km à vol d'oiseau · c) non : il ne reste que 2,778 km d'autonomie pour un retour de 8,602 km.