

Plaquette 1 – Calculs, conjugué, module et équations du second degré

Nombres complexes (forme algébrique) – Terminale maths expertes

Exercices

Méthode

On calcule avec la forme algébrique (somme, produit, quotient, puissances de i), on manipule le **conjugué** et le **module**, on résout des équations du premier degré dans $\mathbb{C}$, puis les équations du second degré à discriminant **négatif**. Chaque résultat se vérifie par substitution.

Exercice 1 – Opérations de base

Soit $z = 3 - 2i$ et $z' = -1 + 4i$. Calculer $z + z'$, $z - z'$, $2z - 3z'$ et zz' .

Exercice 2 – Puissances de i

Calculer i^{15} , i^{102} et $(1 + i)^2$, puis $(1 + i)^4$.

Exercice 3 – Conjugué et propriétés

Soit $z = 5 - 3i$.

- a) Calculer $\bar{z}$, $z + \bar{z}$, $z - \bar{z}$ et $z\bar{z}$.
- b) Vérifier que $z\bar{z} = |z|^2$.

Exercice 4 – Quotient

Écrire sous forme algébrique $Z = \frac{4 + 3i}{1 - 2i}$.

Exercice 5 – Inverse d'un complexe

Calculer $\frac{1}{z}$ sous forme algébrique pour $z = 2 - i$, puis vérifier que $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$.

Exercice 6 – Équation du premier degré

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(2 + i)z = 5 - 5i$.

Exercice 7 – Partie réelle et imaginaire d'une expression

Soit $z = x + iy$ avec x, y réels. Déterminer les parties réelle et imaginaire de $Z = z^2$, puis résoudre $z^2 = -9$.

Exercice 8 – Second degré à discriminant négatif

Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 4z + 13 = 0$.

Exercice 9 - Somme et produit des racines

Soit l'équation $z^2 + 2z + 5 = 0$.

- a) Résoudre dans $\mathbb{C}$.
- b) Vérifier que la somme des racines vaut -2 et leur produit 5 .

Exercice 10 - Factorisation d'un polynôme

Soit $P(z) = z^2 - 6z + 10$.

- a) Résoudre $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$.
- b) En déduire une factorisation de P .

Exercice 11 - Caractériser un ensemble de points

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

- a) $|z| = 3$
- b) $|z - 2| = |z + 2|$

Exercice 12 - Synthèse : équation de degré 3

Soit $P(z) = z^3 - 3z^2 + 4z - 12$.

- a) Vérifier que 3 est racine de P .
- b) Factoriser $P(z)$ sous la forme $(z - 3)(z^2 + \alpha z + \beta)$.
- c) Résoudre $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$.