Plaquette 1 – Calculs, conjugué, module et équations du second degré

Nombres complexes (forme algébrique) — Terminale maths expertes

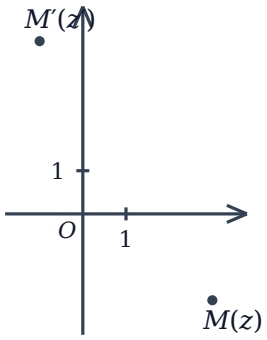
Exercices

Méthode

On calcule avec la forme algébrique (somme, produit, quotient, puissances de i), on manipule le **conjugué** et le **module**, on résout des équations du premier degré dans $\mathbb{C}$, puis les équations du second degré à discriminant **négatif**. Chaque résultat se vérifie par substitution.

Exercice 1 – Opérations de base

Soit $z = 3 - 2i$ et $z' = -1 + 4i$. Calculer $z + z'$, $z - z'$, $2z - 3z'$ et zz'.



Les points d'affixes z et z'

Exercice 2 – Puissances de i

Calculer i^{15}, i^{102} et $(1+i)^2$, puis $(1+i)^4$.

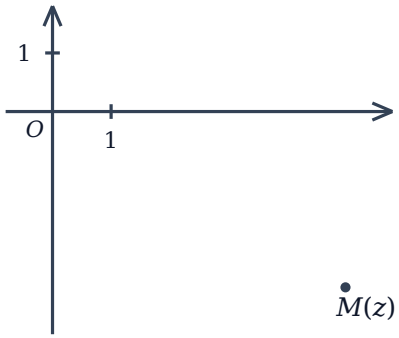
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – Conjugué et propriétés

Soit $z = 5 - 3i$.

a) Calculer $\overline{z}$, $z + \overline{z}$, $z - \overline{z}$ et $z\overline{z}$.

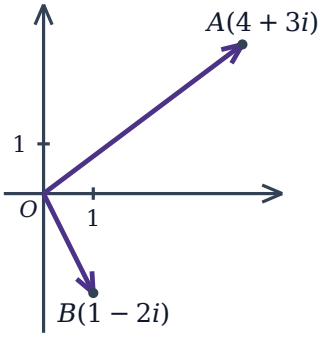
b) Vérifier que $z\overline{z} = |z|^2$.



Le point M d'affixe $z = 5 - 3i$

Exercice 4 – Quotient

Écrire sous forme algébrique $Z = \dfrac{4 + 3i}{1 - 2i}$.

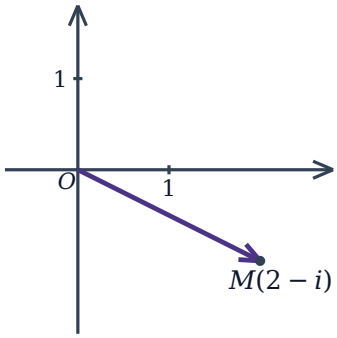


Les points d'affixes $4 + 3i$ et $1 - 2i$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 5 – Inverse d'un complexe

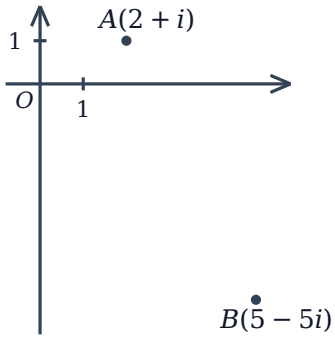
Calculer $\frac{1}{z}$ sous forme algébrique pour $z = 2 - i$, puis vérifier que $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$.



Le point M d'affixe $z = 2 - i$

Exercice 6 – Équation du premier degré

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(2 + i)z = 5 - 5i$.



Les points d'affixes $2 + i$ et $5 - 5i$

Exercice 7 – Partie réelle et imaginaire d'une expression

Soit $z = x + iy$ avec x, y réels. Déterminer les parties réelle et imaginaire de $Z = z^2$, puis résoudre $z^2 = -9$.

Exercice 8 – Second degré à discriminant négatif

Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 4z + 13 = 0$.

Exercice 9 – Somme et produit des racines

Soit l'équation $z^2 + 2z + 5 = 0$.

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$.

b) Vérifier que la somme des racines vaut -2 et leur produit 5.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 10 – Factorisation d'un polynôme

Soit $P(z) = z^2 - 6z + 10$.

a) Résoudre $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$.

b) En déduire une factorisation de P.

Exercice 11 – Caractériser un ensemble de points

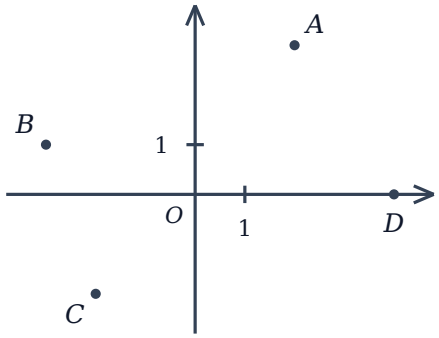
Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

a) $|z| = 3$

b) $|z - 2| = |z + 2|$

Exercice 12 – Lire des affixes sur une figure

Dans le plan complexe, on a placé les points A, B, C et D ci-dessous. Lire leurs affixes, puis donner l'affixe du milieu I de $[AC]$.



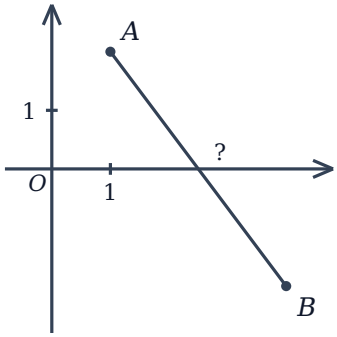
Quatre points du plan complexe

Exercice 13 – Module et distance

On considère les points A et B d'affixes $z_A = 1 + 2i$ et $z_B = 4 - 2i$.

a) Calculer $|z_A|$ et $|z_B|$, et interpréter ces nombres.

b) Calculer la distance AB.

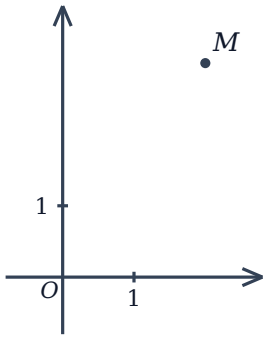


Les points A et B

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Conjugué, opposé et symétries

Soit M le point d'affixe $z = 2 + 3i$. Placer les points N, P et Q d'affixes $\overline{z}$, $-z$ et $-\overline{z}$, et préciser par quelle transformation on passe de M à chacun d'eux.



Le point M d'affixe 2 + 3i

Exercice 15 – Synthèse : équation de degré 3

Soit $P(z) = z^3 - 3z^2 + 4z - 12$.

a) Vérifier que 3 est racine de P.

b) Factoriser $P(z)$ sous la forme $(z - 3)(z^2 + \alpha z + \beta)$.

c) Résoudre $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).