

Plaquette 2 - Conjugué, module et parties réelle et imaginaire

Nombres complexes (forme algébrique) — Terminale maths expertes

Exercices

Méthode

On installe les automatismes du calcul algébrique dans $\mathbb{C}$: conjuguer, mettre sous forme $a + ib$, calculer un module, résoudre une équation où l'inconnue et son conjugué apparaissent. Tout repose sur trois identités et sur la discipline de **toujours** revenir à la forme algébrique.

Exercice 1 - Forme algébrique d'un produit

Soit $z_1 = 3 - 2i$ et $z_2 = -1 + 4i$. Calculer $z_1 z_2$, z_1^2 et $(z_1 + z_2)^2$ sous forme algébrique.

Exercice 2 - Quotient sous forme algébrique

Mettre sous forme algébrique $\frac{2 + 3i}{1 - 2i}$, puis $\frac{5}{3 + 4i}$.

Exercice 3 - Puissances de i

Calculer i^{2026} , i^{-7} et $1 + i + i^2 + \dots + i^{99}$.

Exercice 4 - Résoudre une équation avec le conjugué

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $2z + 3\bar{z} = 5 - 4i$.

Exercice 5 - Module et inégalité triangulaire

Soit $z_1 = 4 + 3i$ et $z_2 = -1 + 2i$. Comparer $|z_1 + z_2|$ et $|z_1| + |z_2|$. Quand y a-t-il égalité ?

Exercice 6 - Caractériser un réel

Déterminer l'ensemble des $z \neq -1$ tels que $Z = \frac{z-2}{z+1}$ soit réel.

Exercice 7 - Caractériser un imaginaire pur

Déterminer l'ensemble des $z \neq 1$ tels que $Z = \frac{z+3}{z-1}$ soit imaginaire pur.

Exercice 8 - Équation du second degré à coefficients réels

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 6z + 34 = 0$, puis factoriser le polynôme.

Exercice 9 - Racines carrées d'un complexe

Déterminer les nombres complexes z tels que $z^2 = 3 + 4i$.

Exercice 10 - Équation du second degré à coefficients complexes

Résoudre $z^2 - (3 + i)z + (2 + 2i) = 0$.

Exercice 11 - Ensemble de points : module constant

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 2 + i| = 3$, puis tels que $|z - 1| = |z + 3i|$.

Exercice 12 - Calculer une somme de puissances

Soit $z = 1 + i$. Calculer z^2, z^4, z^8 , puis z^{2026} sous forme algébrique.

Exercice 13 - Système dans $\mathbb{C}$

Résoudre le système
$$\begin{cases} z + z' = 3 + i \\ z - iz' = 1 - 2i \end{cases}$$

Exercice 14 - Démontrer une identité

Démontrer que pour tous complexes z et z' : $|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2(|z|^2 + |z'|^2)$.

Exercice 15 - Ensemble défini par un quotient de modules

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe $z \neq 2$ tels que $\left| \frac{z+1}{z-2} \right| = 2$.

Exercice 16 - Synthèse : étude complète d'une expression

Soit $z = \frac{1+3i}{2-i}$.

- Mettre z sous forme algébrique.
- Calculer $|z|$ et $z\bar{z}$.
- Calculer z^2 et z^3 , et en déduire z^{12} .
- Déterminer l'ensemble des points M d'affixe w tels que $|w - z| = |z|$.