

Plaquette 4 – Le plan complexe : affixes, distances et configurations

Nombres complexes (forme algébrique) – Terminale maths expertes

Exercices

Méthode

On traduit la géométrie en calcul. Un point, un vecteur, une distance, un milieu, un parallélogramme : tout se lit sur les affixes. La règle à retenir avant toute chose est que l'afixe d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est la **différence** $z_B - z_A$, et que la distance AB est le **module** de cette différence. Les ensembles de points se ramènent alors à deux figures : le cercle et la médiatrice.

Exercice 1 – Des affixes aux coordonnées, et retour

- a) Donner les coordonnées des points A, B, C, D d'affixes respectives $3 - 2i, -1 + 4i, -5i$ et 2 .
- b) Donner les affixes des points $E(0; -3), F(-4; 1)$ et $G(6; 0)$.
- c) Parmi ces sept points, lesquels sont sur l'axe des réels ? sur l'axe des imaginaires purs ?

Exercice 2 – Affixe d'un vecteur

On garde A, B, C d'affixes $3 - 2i, -1 + 4i$ et $-5i$. Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Exercice 3 – Distances

Avec les mêmes points $A(3 - 2i), B(-1 + 4i)$ et $C(-5i)$, calculer les longueurs AB, AC et BC , en valeur exacte puis arrondies au millièème.

Exercice 4 – Milieu d'un segment

Calculer l'afixe du milieu I de $[AB]$, avec $z_A = 3 - 2i$ et $z_B = -1 + 4i$. Vérifier ensuite que $IA = IB$.

Exercice 5 – Compléter un parallélogramme

Déterminer l'afixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme, avec $z_A = 3 - 2i, z_B = -1 + 4i$ et $z_C = -5i$.

Exercice 6 – Tester un alignement

Les points $A(3 - 2i), B(-1 + 4i)$ et $C(-5i)$ sont-ils alignés ? Justifier par un calcul.

Exercice 7 – Symétrique d'un point par rapport à un autre

Déterminer l'afixe du point A' , symétrique de $A(3 - 2i)$ par rapport à $B(-1 + 4i)$.

Exercice 8 - Les symétries lues sur l'affixe

Soit M le point d'affixe $z = 4 - 3i$. Donner l'affixe et les coordonnées des images de M par : la symétrie d'axe des réels, la symétrie d'axe des imaginaires purs, la symétrie de centre O , puis la translation de vecteur $\vec{w}$ d'affixe $-2 + 5i$.

Exercice 9 - Un cercle

Déterminer et décrire l'ensemble E des points M d'affixe z tels que $|z - (2 + i)| = 3$. Le point D d'affixe 2 appartient-il à E ?

Exercice 10 - Une médiatrice

Déterminer l'ensemble F des points M d'affixe z tels que $|z - 1| = |z + 3i|$, puis en donner une équation cartésienne.

Exercice 11 - Une droite verticale déguisée

Déterminer l'ensemble G des points M d'affixe z tels que $|z| = |z - 4|$.

Exercice 12 - Nature d'un triangle

On considère A , B et C d'affixes $1 + 2i$, $4 + 3i$ et $3 + 6i$. Déterminer la nature exacte du triangle ABC .

Exercice 13 - Cercle circonscrit

On reprend le triangle ABC de l'exercice précédent. Déterminer l'affixe du centre Ω de son cercle circonscrit et le rayon R de ce cercle, puis écrire la condition « M appartient à ce cercle » sous la forme $|z - z_\Omega| = R$.

Exercice 14 - Une condition sur un paramètre

Pour tout réel t , on note M_t le point d'affixe $z_t = (t + 1) + (2t - 4)i$. a) Pour quelle valeur de t le point M_t est-il sur l'axe des réels ?

b) Pour quelle valeur de t le point M_t est-il sur la droite d'équation $y = x$?

c) Montrer que tous les points M_t sont alignés, et donner une équation de la droite qui les porte.

Exercice 15 - Trajet d'un drone

Un drone de surveillance est repéré dans un plan horizontal muni d'un repère orthonormé gradué en kilomètres. Il décolle du point A d'affixe $2 + 3i$, effectue un premier vol en ligne droite selon le vecteur $\vec{u}$ d'affixe $4 - i$, puis un second selon le vecteur $\vec{v}$ d'affixe $-1 + 5i$. a) Donner l'affixe du point d'arrivée B , et sa distance à la base située à l'origine, arrondie au mètre.

b) Calculer la distance réellement parcourue par le drone, arrondie au mètre. Comparer avec la distance AB .

c) L'autonomie du drone est de 12 km. Peut-il revenir directement à la base depuis B après ce trajet ?