Plaquette 4 – Le plan complexe : affixes, distances et configurations

Nombres complexes (forme algébrique) — Terminale maths expertes

Exercices

Méthode

On traduit la géométrie en calcul. Un point, un vecteur, une distance, un milieu, un parallélogramme : tout se lit sur les affixes. La règle à retenir avant toute chose est que l'affixe d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est la **différence** $z_B - z_A$, et que la distance AB est le **module** de cette différence. Les ensembles de points se ramènent alors à deux figures : le cercle et la médiatrice.

Exercice 1 – Des affixes aux coordonnées, et retour

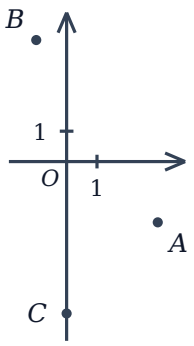
a) Donner les coordonnées des points A, B, C, D d'affixes respectives $3-2i$, $-1+4i$, $-5i$ et 2.

b) Donner les affixes des points $E(0\,;-3)$, $F(-4\,;1)$ et $G(6\,;0)$.

c) Parmi ces sept points, lesquels sont sur l'axe des réels ? sur l'axe des imaginaires purs ?

Exercice 2 – Affixe d'un vecteur

On garde A, B, C d'affixes $3-2i$, $-1+4i$ et $-5i$. Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

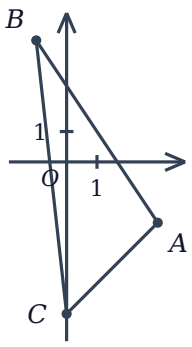


Les points A, B et C

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – Distances

Avec les mêmes points $A(3-2i)$, $B(-1+4i)$ et $C(-5i)$, calculer les longueurs AB, AC et BC, en valeur exacte puis arrondies au millième.



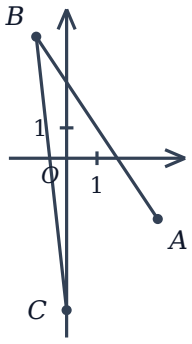
Le triangle ABC

Exercice 4 – Milieu d'un segment

Calculer l'affixe du milieu I de $[AB]$, avec $z_A = 3-2i$ et $z_B = -1+4i$. Vérifier ensuite que $IA = IB$.

Exercice 5 – Compléter un parallélogramme

Déterminer l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme, avec $z_A = 3-2i$, $z_B = -1+4i$ et $z_C = -5i$.



Trois sommets du parallélogramme ABCD

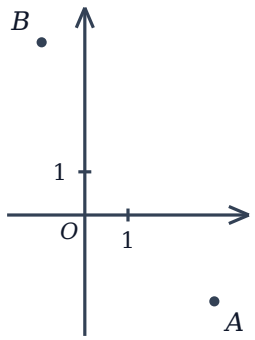
Exercice 6 – Tester un alignement

Les points $A(3-2i)$, $B(-1+4i)$ et $C(-5i)$ sont-ils alignés ? Justifier par un calcul.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 7 – Symétrique d'un point par rapport à un autre

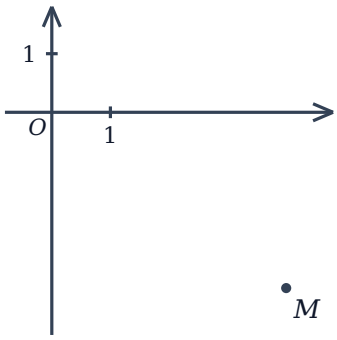
Déterminer l'affixe du point A', symétrique de $A(3-2i)$ par rapport à $B(-1+4i)$.



Les points A et B

Exercice 8 – Les symétries lues sur l'affixe

Soit M le point d'affixe $z = 4 - 3i$. Donner l'affixe et les coordonnées des images de M par : la symétrie d'axe des réels, la symétrie d'axe des imaginaires purs, la symétrie de centre O, puis la translation de vecteur $\vec{w}$ d'affixe $-2 + 5i$.



Le point M d'affixe 4 − 3i, et les axes de symétrie

Exercice 9 – Un cercle

Déterminer et décrire l'ensemble E des points M d'affixe z tels que $|z-(2+i)| = 3$. Le point D d'affixe 2 appartient-il à E ?

Exercice 10 – Une médiatrice

Déterminer l'ensemble F des points M d'affixe z tels que $|z-1| = |z+3i|$, puis en donner une équation cartésienne.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 11 – Une droite verticale déguisée

Déterminer l'ensemble G des points M d'affixe z tels que $|z| = |z - 4|$.

Exercice 12 – Nature d'un triangle

On considère A, B et C d'affixes $1 + 2i$, $4 + 3i$ et $3 + 6i$. Déterminer la nature exacte du triangle ABC.

Exercice 13 – Cercle circonscrit

On reprend le triangle ABC de l'exercice précédent. Déterminer l'affixe du centre Ω de son cercle circonscrit et le rayon R de ce cercle, puis écrire la condition « M appartient à ce cercle » sous la forme $|z - z_\Omega| = R$.

Exercice 14 – Une condition sur un paramètre

Pour tout réel t, on note M_t le point d'affixe $z_t = (t + 1) + (2t - 4)i$. a) Pour quelle valeur de t le point M_t est-il sur l'axe des réels ?

b) Pour quelle valeur de t le point M_t est-il sur la droite d'équation $y = x$?

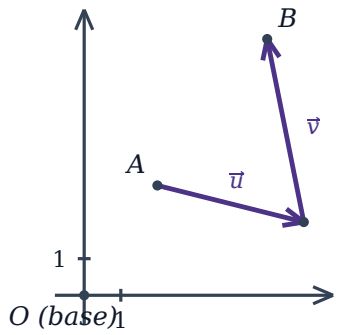
c) Montrer que tous les points M_t sont alignés, et donner une équation de la droite qui les porte.

Exercice 15 – Trajet d'un drone

Un drone de surveillance est repéré dans un plan horizontal muni d'un repère orthonormé gradué en kilomètres. Il décolle du point A d'affixe $2 + 3i$, effectue un premier vol en ligne droite selon le vecteur $\vec{u}$ d'affixe $4 - i$, puis un second selon le vecteur $\vec{v}$ d'affixe $-1 + 5i$. a) Donner l'affixe du point d'arrivée B, et sa distance à la base située à l'origine, arrondie au mètre.

b) Calculer la distance réellement parcourue par le drone, arrondie au mètre. Comparer avec la distance AB.

c) L'autonomie du drone est de 12 km. Peut-il revenir directement à la base depuis B après ce trajet ?



Le trajet du drone : $\vec{u}$ puis $\vec{v}$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).