

## Plaquette 1 - Module, argument, forme exponentielle et formules d'Euler

### Nombres complexes (forme trigonométrique et exponentielle) — Terminale maths expertes

#### Exercices

#### Méthode

On passe de la forme algébrique à la forme exponentielle et réciproquement, on exploite la multiplicativité des modules et l'additivité des arguments, on calcule des puissances avec **Moivre**, et on linéarise avec les formules d'**Euler**. Les racines  $n$ -ièmes de l'unité terminent la plaquelette.

#### Exercice 1 - Module et argument

Déterminer le module et un argument de : a)  $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$  · b)  $z_2 = -2$  · c)  $z_3 = -3i$ .

#### Exercice 2 - Forme exponentielle

Écrire sous forme exponentielle : a)  $z = -1 + i$  · b)  $z' = 3\sqrt{3} + 3i$ .

#### Exercice 3 - Retour à la forme algébrique

Écrire sous forme algébrique : a)  $4e^{i\frac{2\pi}{3}}$  · b)  $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ .

#### Exercice 4 - Produit et quotient

Soit  $z = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$  et  $z' = 3e^{i\frac{\pi}{6}}$ . Calculer  $zz'$  et  $\frac{z}{z'}$  sous forme exponentielle.

#### Exercice 5 - Formule de Moivre

Calculer  $(1 + i\sqrt{3})^6$  en passant par la forme exponentielle.

#### Exercice 6 - Calcul d'un argument par le quotient

Soit  $Z = \frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$ .

- a) Écrire numérateur et dénominateur sous forme exponentielle.
- b) En déduire le module et un argument de  $Z$ .

#### Exercice 7 - Conjugué et inverse

Soit  $z = 5e^{i\frac{2\pi}{5}}$ . Donner  $\bar{z}$ ,  $\frac{1}{z}$  et  $-z$  sous forme exponentielle.

**Exercice 8 - Formules d'Euler**

- a) Écrire  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$  à l'aide d'exponentielles complexes.
- b) En déduire  $e^{i\theta} + e^{-i\theta}$  et  $e^{i\theta} - e^{-i\theta}$ .

**Exercice 9 - Linéarisation**

À l'aide des formules d'Euler, montrer que  $\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$ .

**Exercice 10 - Racines carrées d'un complexe**

Déterminer les deux solutions de  $z^2 = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$ , sous forme exponentielle.

**Exercice 11 - Racines cubiques de l'unité**

- a) Résoudre  $z^3 = 1$  dans  $\mathbb{C}$ , sous forme exponentielle puis algébrique.
- b) Vérifier que la somme des trois racines est nulle.

**Exercice 12 - Synthèse : puissance et forme algébrique**

Soit  $z = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$ .

- a) Déterminer le module et un argument de  $z$ .
- b) Calculer  $z^8$ .
- c) Calculer  $z^{2026}$ .